COMPTES RENDUS
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 OCTOBRE 1898,

PRÉSIDENCE DE M. WOLF.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales doubles de seconde espèce dans la théorie des surfaces algebriques;* par M. **Émile Picard**.

« On sait combien, dans la théorie des courbes algébriques, la distinction des intégrales abéliennes en *trois* espèces joue un rôle important. Dans un grand nombre de questions, les intégrales de *première* et de *seconde* espèce sont particulièrement intéressantes à considérer. Il est naturel de chercher à faire pour les intégrales doubles attachées à une surface algébrique, c'est-à-dire pour les intégrales doubles

$$(1) \qquad \iint R(x, y, z)\, dx\, dy \qquad [f(x, y, z) = 0]$$

(où R est rationnelle en x, y et z), une classification plus ou moins ana-

logue. On a considéré depuis longtemps les intégrales doubles de *première* espèce attachées à une surface, et ces intégrales jouent un rôle important dans les célèbres travaux de M. Nœther. J'ai indiqué récemment (*Comptes rendus*, 6 décembre 1897 et 24 janvier 1898) ce que l'on pouvait entendre par intégrale double de *seconde* espèce. Dans un premier Mémoire sur ce sujet, qui paraîtra prochainement, j'ai cherché à poser les bases d'une théorie *des intégrales doubles de seconde espèce* relatives aux surfaces algébriques. Je vais indiquer les principaux résultats de ce travail.

» 1. Définissons d'abord ce que nous entendons par intégrale double de seconde espèce. Prenons sur la surface un point arbitraire A, que l'on peut toujours par une transformation préalable supposer à distance finie. Si le point A est un point simple, nous disons que l'intégrale (1) présente en A le *caractère* d'une intégrale de seconde espèce, si l'on peut trouver deux fonctions rationnelles U et V de x, y et z telles que, après avoir formé l'intégrale double

$$(2) \qquad \iint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) dx\, dy,$$

la différence des intégrales (1) et (2) reste finie au voisinage de A (on considère, bien entendu, z comme fonction de x et y, quand on prend les dérivées partielles de U et V). Si le point A est un point multiple de f, on sait que l'on peut partager le voisinage de A en un certain nombre de régions telles que chacune d'elles corresponde birationnellement à une région R, située sur une surface F, et ne comprenant que des points simples de F; l'intégrale (1) présentera en A le caractère d'une intégrale de seconde espèce, si ses transformées par chacune des substitutions birationnelles à employer présentent, en tous les points de la région correspondante R de la surface correspondante F, le caractère d'une intégrale de seconde espèce. Si en tout point A de la surface (à distance finie ou à l'infini) l'intégrale (1) présente le caractère d'une intégrale de seconde espèce, *cette intégrale sera dite une intégrale double de seconde espèce*. Il est clair que les fonctions rationnelles U et V pourront varier avec le point A.

» 2. On s'assure tout d'abord que la forme des expressions (2) est de nature *invariante* relativement aux transformations birationnelles. On montre ensuite qu'une intégrale double de seconde espèce, relative à une surface f, se change, quand on transforme birationnellement f en une surface F, en une intégrale de seconde espèce de la surface F; ce fait ne résulte pas immédiatement de la propriété d'invariance des formes (2).

» 3. On peut donner des intégrales de seconde espèce une autre définition qui fait intervenir la considération des *résidus* de l'intégrale double. J'avais pensé autrefois qu'il y avait quelques difficultés à se placer à ce point de vue; en fait il n'en est rien. Admettons que l'intégrale (1) devienne seulement infinie le long de certaines lignes (que l'on peut supposer simples) d'une surface à singularités ordinaires, et pour les points à l'infini. Pour chacune de ces lignes et pour la ligne à l'infini, l'intégrale aura un certain nombre de *résidus*, au sens de M. Poincaré, qui sont des périodes (polaires ou cycliques) d'intégrales abéliennes. Si tous ces résidus sont nuls, l'intégrale sera de seconde espèce, et réciproquement. Cette seconde définition présente d'ailleurs pour nous moins d'intérêt que la première; dans les calculs, c'est à celle-ci qu'il faut toujours revenir.

» 4. Partons d'une surface f située d'une manière arbitraire par rapport aux axes, et ayant des singularités ordinaires, c'est-à-dire une ligne double avec des points triples (on sait que l'on ne diminue ainsi en rien la généralité). Un premier théorème très important est le suivant : *Toutes les intégrales doubles de seconde espèce relatives à la surface f peuvent se mettre sous la forme*

$$\iint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) dx\, dy + \iint \frac{P(x, y, z)}{f'_z}\, dx\, dy,$$

U *et* V *étant rationnelles en* x, y *et* z, *et* $P(x, y, z)$ *étant un polynome qui s'annule sur la courbe double.*

» 5. Je montre ensuite que toutes les intégrales doubles de la forme

$$\iint \frac{P(x, y, z)\, dx\, dy}{f'_z}$$

se ramènent, par la soustraction d'une intégrale (2), à *un nombre limite d'entre elles*. Si alors nous convenons de dire que des intégrales doubles de seconde espèce sont distinctes, quand aucune combinaison linéaire de ces intégrales n'est de la forme (2), nous avons le théorème fondamental :

» *Il existe pour une surface algébrique un certain nombre* ρ *d'intégrales doubles distinctes de seconde espèce*

$$I_1, \quad I_2, \quad \ldots, \quad I_\rho,$$

telles que toute autre intégrale double de seconde espèce est de la forme

$$\alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_2 + \ldots + \alpha_\rho I_\rho + \iint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) dx\, dy,$$

les α *étant des constantes.*

» Le nombre ρ est un nombre *invariant*.

» 6. Reprenons une intégrale double relative à la surface f de degré m

$$\iint \frac{P(x, y, z)\, dx\, dy}{f'_z},$$

le polynome P de degré p s'annulant sur la courbe double. Il faut exprimer que cette intégrale est de seconde espèce. Posons

$$x = \frac{1}{X}, \quad y = \frac{Y}{X}, \quad z = \frac{Z}{X},$$

et soit $F(X, Y, Z) = 0$ la surface transformée. L'intégrale prend la forme

$$\iint \frac{1}{X^{p-(m-4)}} \frac{H(X, Y, Z)}{F'_Z}\, dX\, dY,$$

et p est supérieur à $m - 4$ si l'intégrale initiale n'est pas de première espèce.

» Par la soustraction d'une intégrale du type (2), nous ramenons l'intégrale à la forme

$$\iint \frac{1}{X} \frac{K(X, Y, Z)}{F'_Z}\, dX\, dY.$$

» Notre intégrale sera de seconde espèce si la fonction algébrique

$$\frac{K(O, Y, Z)}{F'_Z(O, Y, Z)} \qquad [F(O, Y, Z) = 0]$$

est la dérivée d'une fonction rationnelle de Y et Z, ce que l'on sait toujours reconnaître. Le nombre des conditions sera, en général,

$$2\pi + m - 1,$$

π désignant le genre d'une section plane quelconque de la surface.

» 7. J'ai indiqué les points essentiels qui forment la base de la théorie ; dans un autre travail j'approfondirai quelques questions qui se posent d'elles-mêmes, et je montrerai, en particulier, la connexion intime qui existe entre la théorie des intégrales doubles de seconde espèce et l'étude *des cycles linéaires* sur une surface. J'indique seulement aujourd'hui quelques exemples très simples, pour ne pas rester uniquement dans les généralités.

» Quelles sont les intégrales de seconde espèce pour les intégrales doubles de fractions rationnelles? Il résulte du théorème fondamental

qu'elles sont toutes de la forme

$$\iint P(x, y)\, dx\, dy + \iint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) dx\, dy,$$

P étant un polynome, U et V des fractions rationnelles de x et y; comme la première de ces intégrales rentre dans la seconde, nous n'avons ici d'autre intégrale de seconde espèce que

$$(3) \qquad \iint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) dx\, dy \qquad (\text{U et V rationnelles en } x \text{ et } y).$$

» Le nombre ρ est égal à *zéro*.

» Il est facile de montrer quels seront les calculs à effectuer pour faire la réduction. Bornons-nous à l'intégrale

$$(\text{I}) \qquad \iint \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}\, dx\, dy,$$

où P et Q sont des polynomes, dont le second est supposé irréductible. Cette intégrale sera de seconde espèce si l'intégrale abélienne

$$(4) \qquad \int \frac{P(\xi, \eta)}{Q'_\eta(\xi, \eta)}\, d\xi \qquad [Q(\xi, \eta) = 0]$$

est une fonction rationnelle de ξ et η. Supposons cette condition vérifiée; l'intégrale (4) peut alors se mettre sous la forme

$$\frac{M(\xi, \eta)}{R(\xi)},$$

$M(\xi, \eta)$ et $R(\xi)$ étant des polynomes. Formons l'intégrale

$$(5) \qquad \iint \left\{ \frac{\partial Q}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{M(x, y)}{Q(x, y) R(x)}\right] - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{M(x, y)}{Q(x, y) R(x)}\right] \right\} dx\, dy.$$

Elle est de la forme (3); on voit que la différence des intégrales (I) et (5) peut s'écrire

$$\iint \frac{S(x, y)}{V(x)}\, dx\, dy,$$

S et V étant des polynomes, et la réduction à la forme (3) de cette intégrale de seconde espèce est immédiate.

» 8. Prenons, comme second exemple, une surface f qui correspond

birationnellement à l'ensemble de deux courbes

$$\varphi(\alpha, \beta) = 0, \qquad \psi(\alpha', \beta') = 0,$$

c'est-à-dire une surface pour laquelle les coordonnées d'un point arbitraire x, y, z sont des fonctions rationnelles de α, β, α' et β', avec inversion univoque. Les courbes φ et ψ étant supposées de genre supérieur à zéro, considérons les deux intégrales de seconde espèce

$$\int R(\alpha, \beta)\, d\alpha \quad \text{et} \quad \int S(\alpha', \beta')\, d\alpha',$$

relatives respectivement aux courbes φ et ψ. L'intégrale double

$$\int\int R(\alpha, \beta) S(\alpha', \beta')\, d\alpha\, d\alpha'$$

est manifestement de la forme

$$\int\int T(x, y, z)\, dx\, dy, \qquad (T \text{ rationnelle en } x, y, z);$$

c'est une intégrale double de seconde espèce de la surface f. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Propriétés du calcium.* Note de M. **Henri Moissan.**

« Le calcium pur et cristallisé, préparé par le procédé que nous avons indiqué précédemment ([1]), nous a donné les réactions suivantes :

» *Point de fusion.* — Les cristaux de calcium ont été agglomérés sous forme de cylindre par compression violente dans un moule métallique. Ce petit cylindre de calcium a été placé dans une nacelle de chaux vive, disposée à l'intérieur d'un tube de porcelaine de Berlin. Ce dernier était chauffé au moyen d'un chalumeau à gaz. L'extrémité du fil métallique de la pince thermo-électrique Le Chatelier venait butter contre le cylindre de métal. Les deux ouvertures du tube de porcelaine étaient fermées par des manchons de verre portant des lamelles transparentes qui permettaient de voir le cylindre de calcium dans la nacelle en chaux vive. Enfin, sur le côté d'un de ces manchons, un tube latéral servait à faire le vide au moyen d'une

---

([1]) *Comptes rendus,* t. CXXVI, p. 1753.

pompe à mercure. Après avoir enlevé tout l'air de l'appareil, on chauffe avec précaution. Il se dégage au début une petite quantité de gaz que l'on retire au fur et à mesure de sa production; mais, aussitôt que le métal est porté au-dessus du rouge sombre, les dernières traces de gaz sont absorbées et le vide se maintient à 1^{mm}. A la température de 760°, il se produit une fusion brusque du métal qui coule dans la nacelle en un liquide brillant.

» Après refroidissement le métal fondu peut se couper au couteau. Il est cependant moins malléable que le sodium ou le potassium. Il se brise par le choc et sa cassure est cristalline. Sa surface, lorsqu'il est totalement exempt d'azote, est brillante, d'une couleur blanche bien nette, se rapprochant de celle de l'argent. Nous rappellerons que le calcium obtenu par Matthiessen ([1]) possédait une couleur jaune de bronze et que, broyé au mortier d'agate, il fournissait des stries dorées.

» *Densité*. — La densité du métal cristallisé, retiré du sodium, a été trouvée de 1,85 par la méthode du flacon, au moyen de l'essence de térébenthine. La vérification de cette expérience a été faite avec des liquides de densité différente. Le calcium fondu tombait dans l'iodure de propyle, de densité 1,78, et il surnageait dans l'iodure d'allyle, de densité 1,87. La densité du calcium peut donc être regardée comme étant égale à 1,85.

» *Dureté*. — Le calcium fondu raye le plomb et ne raye pas le carbonate de chaux.

» *Forme cristalline*. — Le calcium cristallise en tablettes hexagonales ou en rhomboèdres dérivés. On y rencontre des dendrites avec bourgeonnements hexagonaux réguliers dont les extrémités parfois ont été fondues et sont terminées en massue. Les cristaux hexagonaux sont souvent empilés. Le calcium se présente aussi sous forme d'étoiles hexagonales rappelant les cristaux de glace, mais moins déliées. Les cristaux trapus ayant la forme de rhomboèdres d'une grande régularité sont nombreux.

» *Propriétés chimiques*. — L'hydrogène fournit avec le calcium au rouge un hydrure cristallisé de formule CaH^2 que nous avons décrit dans une Note précédente ([2]).

» Le calcium n'est pas attaqué par le chlore à froid; mais, vers 400°, la réaction se produit avec incandescence et formation de chlorure de calcium fondu. Il n'est pas attaqué par le brome liquide, mais il brûle dans

---

([1]) MATTHIESSEN, *Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. XCIII, p. 277; 1855.

([2]) *Comptes rendus*, t. CXXVII, p. 29.

la vapeur de ce métalloïde au-dessus du rouge sombre. L'iode n'exerce pas sur le calcium une action bien énergique à son point d'ébullition; mais, un peu au-dessus de cette température, le calcium brûle avec éclat dans la vapeur d'iode. Nous rappellerons que le calcium de Matthiessen réagissait sur le chlore à froid, ce qui tenait à la présence de l'azoture, ce composé étant, en effet, attaqué par le chlore à la température ordinaire.

» Chauffé dans l'oxygène à la température de 300°, le calcium brûle avec une lumière éclatante. Le dégagement de chaleur est assez grand pour fondre et volatiliser en partie la chaux qui se produit, phénomène qui a été surtout produit jusqu'ici au moyen de l'arc électrique. Dans le voisinage de la nacelle, on trouve des sphères transparentes de chaux fondue. Il ne s'est pas formé de bioxyde de calcium. Cette combustion fournit une très belle expérience de cours.

» Légèrement chauffé dans l'air, le calcium brûle avec facilité en produisant des étincelles brillantes et très lumineuses. Dans un courant d'air au rouge sombre, ce métal laisse une masse spongieuse, en partie fondue, qui se décompose par l'eau en donnant de l'ammoniaque et de la chaux éteinte. Le calcium fixe donc en brûlant les deux éléments de l'air, azote et oxygène. Il ne paraît pas se former de peroxyde, car le résidu refroidi, traité par l'acide sulfurique, n'a pas fourni d'ozone ou d'eau oxygénée.

» Le soufre ne réagit pas à sa température de fusion, mais la combinaison se produit avec incandescence au-dessous de 400°. Le sulfure formé est blanc et se décompose par l'acide chlorhydrique étendu en fournissant de l'hydrogène sulfuré sans dépôt de soufre. Le sélénium et le tellure réagissent de même vers le rouge sombre en fournissant des composés dont nous poursuivons l'étude.

» Le calcium brûle avec une vive incandescence dans la vapeur de phosphore. Le produit de la réaction décompose l'eau avec formation d'hydrogène phosphoré spontanément inflammable. Avec l'arsenic, la réaction se produit au moment où ce métalloïde commence à se sublimer. La chaleur dégagée est notable, et il reste dans le tube une matière fondue, de couleur foncée, qui décompose l'eau froide avec formation d'hydrogène arsénié et d'une poudre noire, insoluble. L'antimoine, de même, donne, avec le calcium, un composé qui entre en fusion grâce à la chaleur produite par la réaction. Cet antimoniure de calcium est décomposable par l'eau et l'acide chlorhydrique étendu, mais il ne fournit pas d'hydrogène antimonié. Comme précédemment, il se produit une poudre noire, inso-

luble, assez abondante. Le bismuth se combine au rouge sombre au calcium, avec incandescence. L'alliage obtenu décompose l'eau froide en dégageant de l'hydrogène et en fournissant aussi ún précipité noir.

» Le calcium cristallisé se combine au noir de fumée au-dessous du rouge sombre, avec un grand dégagement de chaleur. Il se forme du carbure de calcium CaC^2. En variant la proportion de métal nous n'avons pas obtenu jusqu'ici d'autres composés du carbone. La même expérience peut être répétée avec du graphite.

» Lorsque l'on porte au rouge un mélange de calcium et de silicium cristallisé, il se produit une combinaison avec dégagement de chaleur. Le siliciure formé ne s'attaque pas sensiblement par l'eau, tandis qu'il est détruit par l'acide chlorhydrique, lentement à froid, plus rapidement à chaud. Dans cette réaction il se dégage un mélange d'hydrogène et d'hydrogène silicié, avec production très abondante de silicon.

» Le calcium, ainsi que nous l'avons établi précédemment, est soluble dans le sodium, dans lequel il se dépose cristallisé par refroidissement. Il n'est pas notablement soluble dans le potassium. Avec le magnésium, il fournit un alliage cassant, décomposant l'eau froide. Avec le zinc ou le nickel on obtient de même des alliages très cassants. L'étain chauffé légèrement au-dessus de son point de fusion se combine au calcium avec chaleur et lumière. Il nous a fourni un alliage blanc et cristallin, de densité 6,70, renfermant 3,82 de calcium et décomposant très lentement l'eau froide.

» Lorsque l'on triture, dans une atmosphère d'acide carbonique, un mélange de calcium cristallisé et de mercure, la combinaison se produit à la température ordinaire, avec dégagement de chaleur. Si la quantité de calcium est suffisante, on obtient un amalgame cristallin. Distillé dans une atmosphère d'hydrogène vers 400°, cet amalgame ne fournit pas d'hydrure. Au contraire, chauffé dans l'azote à la même température, il s'unit à ce corps simple et donne une poudre de couleur foncée qui décompose l'eau en produisant de l'ammoniaque et de la chaux hydratée, comme l'azoture de calcium que nous avons décrit dans une Note précédente (1). A la température du laboratoire, en présence de l'air, l'amalgame de calcium noircit instantanément, fixe l'oxygène et une certaine quantité d'azote.

» Au rouge, le calcium réduit les fluorures et les chlorures de potas-

(1) H. Moissan, *Préparation et propriétés de l'azoture de calcium* (*Comptes rendus*, t. CXXVII, p. 497).

sium et de sodium, avec mise en liberté du métal alcalin. Dans les mêmes conditions, les iodures ne sont pas attaqués.

» Le calcium réduit l'iodure de calcium en fusion; le métal disparaît et il se produit un sous-sel de couleur rouge. Nous avons du reste obtenu le même composé, en cristaux rouges transparents, dans l'électrolyse de l'iodure de calcium. Le chlorure de calcium fournit une réaction semblable.

» *Action de quelques composés oxygénés sur le calcium.* — L'eau est attaquée à la température ordinaire, avec dégagement d'hydrogène et formation d'hydrate de chaux. Cette décomposition se produit sans incandescence. Elle est assez lente dans l'eau pure, à cause de la formation de l'hydrate de chaux; elle est beaucoup plus rapide dans l'eau sucrée.

» Le calcium décompose le gaz sulfureux avec incandescence vers le rouge sombre. La réaction paraît complexe. Il se produit une petite quantité de sulfure de calcium, mais ce résidu dégage encore de l'hydrogène au contact de l'eau, bien que formé en présence d'un grand excès d'acide sulfureux.

» Le calcium prend feu dans une atmosphère de bioxyde d'azote au-dessous du rouge sombre. La réaction produit une lumière éblouissante et donne de la chaux fondue ne renfermant pas d'azoture. Il est vraisemblable que la température de la réaction est trop élevée pour laisser subsister l'azoture de calcium.

» L'anhydride phosphorique est réduit au-dessous du rouge, avec incandescence, explosion et rupture du tube.

» L'anhydride borique, mélangé de cristaux de calcium et chauffé vers 600°, se réduit avec une vive incandescence. Le résidu, repris par l'eau, puis par l'acide fluorhydrique, ne donne que des traces de gaz, et il reste une poudre marron présentant tous les caractères du bore. Nous avons varié les conditions de l'expérience et les résultats ont toujours été les mêmes; nous n'avons jamais obtenu de cristaux du borure de calcium que nous avons étudié antérieurement avec M. Williams.

» Le calcium réduit la silice au-dessous du rouge, avec un grand dégagement de chaleur. Il se forme du siliciure de calcium et une petite quantité de silicium. Le siliciure est attaquable par l'acide chlorhydrique, avec production d'hydrogène silicié et de silicon, de même que dans la réaction du silicium sur le calcium.

» L'acide carbonique agit différemment sur le calcium, suivant que ce dernier est chauffé lentement ou brusquement au milieu de ce gaz. Dans

le cas où la réaction est lente, le métal se recouvre de carbone, de chaux et d'une petite quantité de carbure; ces corps solides limitent la réaction et, après une heure de chauffe, le métal est incomplètement attaqué. Le résidu, mis au contact de l'eau, fournit de l'hydrogène mélangé à de petites quantités d'oxyde de carbone et d'acétylène. Au contraire, si l'on chauffe vivement le calcium, la combinaison est totale; le calcium fixe le carbone et l'oxygène, et l'acide carbonique est complètement absorbé.

» Dans une atmosphère d'oxyde de carbone, le calcium, chauffé au rouge naissant, produit un dépôt de charbon et du carbure. La réaction est toujours incomplète.

» Une petite quantité de calcium, chauffée en présence d'un excès de sesquioxyde d'uranium, d'acide vanadique ou d'acide titanique, détermine la réduction avec incandescence de ces oxydes et produit un oxyde inférieur.

» *Action des acides.* — L'acide azotique fumant n'attaque que très lentement le calcium pur, bien exempt de chaux. La présence d'une petite quantité d'eau rend l'attaque rapide. Avec l'acide sulfurique fumant, la réduction est immédiate à froid. Il se dépose du soufre et il se dégage de l'acide sulfureux sans trace d'hydrogène sulfuré.

» L'acide sulfurique monohydraté attaque de même le calcium à froid avec production de soufre, d'acide sulfureux et d'hydrogène sulfuré.

» Les acides chlorhydrique et acétique attaquent violemment le calcium avec dégagement d'hydrogène.

» *Action des composés hydrogénés des métalloïdes.* — Le calcium cristallisé, chauffé au-dessous du rouge sombre dans un courant de gaz acide chlorhydrique, devient incandescent et se transforme en chlorure de calcium.

» Dans l'hydrogène sulfuré, la réaction est encore très vive; elle se produit au-dessous du rouge et il reste du sulfure de calcium.

» Si l'on chauffe au rouge sombre du calcium dans un courant de gaz ammoniac il se produit, en un point du métal, une incandescence qui se propage dans toute la masse, sans qu'il soit utile de continuer à chauffer. Il se forme un mélange d'azoture et d'hydrure. A froid le gaz ammoniac paraît sans action sur le calcium cristallisé. Liquéfié il s'y combine à la température de $-40°$ en fournissant un corps solide, à reflets mordorés qui est le calcium-ammonium. Nous en poursuivons l'étude.

» La vapeur de bromure de bore est décomposée au rouge sombre par le calcium avec incandescence. Il se fait du borure de calcium fondu et une

poudre chamois, inattaquable par l'acide chlorhydrique; cette poudre présente tous les caractères du bore.

» Le calcium décompose l'azoture de bore avec formation d'azoture de calcium et de bore amorphe. Cette expérience a été faite en chauffant le mélange dans le vide.

» L'acétylène, l'éthylène et le méthane donnent, avec le calcium porté au rouge sombre, une décomposition brutale et incomplète, avec formation d'une croûte solide de carbone amorphe, de carbure et d'hydrure qui limite la réaction et l'empêche d'être totale. L'acétylène liquide ne réagit pas sur le calcium après un contact prolongé d'un mois. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la décomposition, par le chlorure d'aluminium, d'un carbure saturé linéaire.* Note de MM. **C. Friedel** et **A. Gorgeu.**

« L'un de nous, en collaboration avec M. J.-M. Crafts, a signalé, depuis longtemps et presque dès le commencement de nos études sur les synthèses réalisées à l'aide du chlorure d'aluminium, l'action décomposante qu'exerce ce même réactif sur certains hydrocarbures. Nous avons montré, entre autres faits de cet ordre, que l'hexaméthylbenzène est décomposé lorsqu'on le chauffe avec du chlorure d'aluminium anhydre, en perdant un ou plusieurs groupes méthyle qui se trouvent remplacés par de l'hydrogène et en donnant, entre autres hydrocarbures, du durol; que le naphtalène donne du benzène et des hydrures de naphtalène, ainsi que du dinaphtyle; que le benzène, malgré sa stabilité, est attaqué lui aussi, quoique seulement à une température élevée, et fournit du biphényle, du toluène et d'autres hydrocarbures provenant de la décomposition du benzène. Nous avons aussi remarqué que l'action décomposante du chlorure d'aluminium est très puissante sur certains pétroles d'Amérique et qu'elle l'est infiniment moins sur des pétroles de Bakou, de même point d'ébullition, qui ne fournissent par son action qu'une très faible quantité de gaz et semblent être purifiés par le chlorure d'aluminium.

» Il nous a paru intéressant de reprendre, d'une façon systématique, l'étude de cette action décomposante qui peut, semble-t-il, jeter quelque jour sur la constitution d'hydrocarbures pour lesquels celle-ci n'est pas encore connue.

» C'est ce que nous avons tenté, M. Gorgeu et moi, en choisissant tout d'abord un cas aussi simple que possible, c'est-à-dire en opérant sur un hydrocarbure saturé à chaîne normale, sans branches latérales.

» Comme nous pensions, d'après certaines expériences préalables, obtenir entre autres produits des hydrocarbures saturés gazeux, nous avons fait précéder l'étude de la réaction qui nous intéressait, de déterminations pouvant nous aider à caractériser les hydrocarbures saturés gazeux.

» Nous avons, pour cela, préparé ces hydrocarbures dans un état de pureté aussi grand que possible. Le méthane et l'éthane ont été obtenus en décomposant, entre 70° à 80°, le mercure-méthyle et le mercure-éthyle par l'acide sulfurique étendu de son volume d'eau et préalablement purgé d'air par l'ébullition.

» Le propane et le butane bruts ont été préparés en faisant agir sur les iodures d'isopropyle et de butyle secondaire le zinc en fine tournure, en présence de très petites quantités d'acide chlorhydrique. Les gaz obtenus renfermaient plusieurs centièmes d'hydrogène; on leur en a enlevé la plus grande partie en les dissolvant dans le moins possible d'alcool amylique, et c'est de cette dissolution saturée que, par l'action de la chaleur, on a dégagé les gaz sur lesquels on a opéré.

» Les gaz ayant été obtenus dans un état suffisant de pureté, nous avons déterminé leur solubilité dans l'alcool amylique, qui nous a semblé beaucoup plus commode pour cela que l'alcool éthylique, à cause de sa moindre tension de vapeur.

» Il faut avoir soin de faire préalablement bouillir l'alcool amylique, pour en chasser l'air qu'il dissout assez abondamment, 10 pour 100 à 21 centièmes d'oxygène.

» Nous avons constaté que cette dissolution est accompagnée d'une absorption d'oxygène et d'une oxydation lente de l'alcool amylique qui donne naissance à l'aldéhyde correspondante, ce qu'il a été facile de constater à l'aide de la fuchsine décolorée par le bisulfite de sodium. On a constaté ainsi que l'air extrait de l'alcool amylique après un temps suffisamment long renferme moins d'oxygène que celui extrait immédiatement après la dissolution.

» On conserve l'alcool amylique, privé d'air, dans le ballon dans lequel on l'a fait bouillir, ballon s'ouvrant sur le mercure par un tube à dégagement. On fait sortir, en chauffant le ballon, la quantité d'alcool amylique nécessaire; elle est remplacée par du mercure au moment du refroidissement et, pourvu que l'on ait employé un bon bouchon, on peut ainsi conserver l'alcool amylique pendant fort longtemps à l'abri de l'air.

» En prenant ces précautions, nous avons trouvé que la partie de l'alcool amylique distillant de 130° à 132° dissolvait :

A la température de	12°,5,	$\frac{1}{20}$ vol	d'hydrogène	sous	0m,750
»	12,5,	$\frac{1}{2}$	de méthane	»	0,760
»	14	3,3	d'éthane	»	0,750
»	16	12	de propane	»	0,750
»	23	11	»	»	0,760
»	13	72	de butane	»	0,740
»	22	44	»	»	0,760

» Nous avons naturellement vérifié la pureté des gaz employés en observant la constance des coefficients de solubilité sur des portions déjà traitées par l'alcool amylique. Cette constance est surtout remarquable avec le méthane et l'éthane.

» L'un des hydrocarbures linéaires saturés les plus commodes à employer pour nos expériences était l'hexane. Ce composé peut être obtenu par plusieurs procédés. Nous l'avons préparé d'abord en traitant la mannite par l'acide iodhydrique, de manière à la transformer en iodure secondaire; puis la solution alcoolique de cet iodure, soumise à l'action du zinc en présence de l'acide chlorhydrique étendu, a donné naissance à l'hexane que nous avons purifié par distillation. Nous nous sommes assurés, en ajoutant une goutte de brome, qu'il ne renfermait pas d'hexène. Cette précaution est nécessaire, car, dans un produit qui avait été préparé, sur notre demande, de la façon qui vient d'être indiquée, nous avons trouvé une très notable proportion d'un hydrocarbure non saturé, se combinant directement avec le brome et donnant un bromure facile à séparer de l'hexane par distillation. L'action du zinc et de l'acide chlorhydrique avait été menée un peu vivement, et le zinc ou peut-être, plutôt, le chlorure de zinc avait décomposé l'iodure d'hexyle en lui enlevant de l'acide iodhydrique.

» Une partie de l'hexane employé a été préparée en décomposant l'iodure de propyle par le sodium. Il présentait exactement les mêmes caractères que celui obtenu en partant de la mannite et, comme lui, bouillait à 68°,6.

» On a fait agir le chlorure d'aluminium sur l'hexane dans un tube de 2cm,5 de diamètre et 15cm de longueur, portant un petit tube à brome pour les introductions successives de l'hexane et un tube réfrigérant légèrement

incliné, maintenu à la température de 35°, terminé en biseau et assez large pour permettre à l'hexane condensé de retomber facilement sur le chlorure d'aluminium.

» Les produits de la réaction, avant de se rendre sur la cuve à mercure, traversaient deux tubes en U dont le premier contenait un peu d'eau destinée à retenir l'acide chlorhydrique qui se produit en quantité notable.

» Après avoir introduit dans le tube 25gr de chlorure d'aluminium récemment préparé et sommairement pulvérisé, on fait couler 4gr d'hexane par le tube à brome, et après avoir entouré le premier tube en U de glace et le deuxième d'un mélange de glace et de sel, on chauffe au bain-marie jusqu'à ce que le dégagement gazeux dans le premier de ces tubes soit devenu trop lent; après refroidissement du chlorure, on introduit de nouveau 4gr d'hexane, et ainsi trois ou quatre fois de suite.

» Cela fait, on a amené peu à peu les tubes en U à la température ordinaire et l'on a recueilli un liquide mobile que l'on a soumis à la distillation fractionnée en séparant les parties bouillant vers 35° et une certaine quantité d'hexane non attaqué, entraîné avec les hydrocarbures plus volatils.

» L'hydrocarbure bouillant vers 35° n'est autre chose que le pentane, ainsi que le prouvent ses propriétés et les analyses qui en ont été faites, analyses rendues, d'ailleurs, assez difficiles par la grande volatilité du liquide.

» On a trouvé

C..................................	83,79	pour 100
H..................................	17,31	»

la formule C^5H^{12} exigeant

C..................................	83,33	pour 100
H..................................	16,66	»

» Quant à l'hydrocarbure gazeux recueilli sur le mercure à mesure que l'on réchauffait les tubes en U, c'était manifestement en grande partie du butane; en effet, il était redevenu gazeux aux environs de 0° et, en déterminant sa solubilité, nous l'avons trouvée de 42 volumes à la température de 17°.

» L'action décomposante du chlorure d'aluminium sur l'hexane consiste donc essentiellement dans l'enlèvement d'un groupe CH^3, qui est remplacé par un atome d'hydrogène, donnant ainsi du pentane.

» Ce dernier, à son tour, peut être attaqué en se transformant en bu-

tane. Il paraît probable que le butane, à son tour, pourrait être transformé en propane; mais, à cause de la volatilité du butane, cette dernière action doit être peu sensible.

» En même temps que ces hydrocarbures plus riches en hydrogène que l'hexane, il doit se former des produits plus riches en carbone. On retrouve, en effet, ceux-ci en traitant par l'eau le chlorure d'aluminium qui a servi à la réaction. Il reste un liquide brunâtre assez visqueux, que nous avons recueilli en agitant, avec de l'éther, le produit de l'action de l'eau.

» Soumis à la distillation, ce liquide s'est comporté comme un mélange très complexe que nous n'avons pas réussi à résoudre en composés définis à cause de la trop petite quantité dont nous pouvions disposer.

» Nous nous proposons de continuer cette étude et de l'étendre à divers autres carbures linéaires ou arborescents. »

BOTANIQUE. — *Sur le mode particulier de formation du pollen chez les* Magnolia. Note de M. L. **Guignard**.

« Au nombre des caractères généraux qui entrent en ligne de compte pour distinguer les Monocotylédones des Dicotylédones se trouve le mode de formation du pollen, qui n'est pas le même dans ces deux grands groupes de végétaux. Dans les deux cas, chaque cellule-mère pollinique donne naissance, comme on sait, à quatre grains de pollen. Mais, chez les Monocotylédones, la première division du noyau de la cellule-mère est suivie du cloisonnement de cette dernière, puis les deux cellules-filles se divisent à leur tour de la même façon; chez les Dicotylédones, au contraire, la première division nucléaire n'est pas suivie du cloisonnement de la cellule-mère, et celui-ci n'a lieu qu'après la seconde division nucléaire, entre les quatre noyaux qu'elle a fournis.

» A cette règle générale on ne connaît, dans le premier groupe, que de très rares exceptions; la plus importante se rencontre, comme je l'ai montré jadis, chez les Orchidées, qui se comportent sous ce rapport comme les Dicotylédones. Par contre, chez celles-ci, il ne paraît pas exister d'exception à la quadripartition simultanée de la cellule-mère pollinique.

» Or, dans les diverses espèces de *Magnolia* (*M. Yulan, M. Soulangeana,* etc.) que j'ai eu l'occasion d'étudier, la formation du pollen ne rentre ni dans l'un, ni dans l'autre de ces deux types.

» Après la première bipartition nucléaire, le tonnelet formé par les deux nouveaux noyaux et les fils connectifs qui les réunissent s'élargit comme à l'ordinaire, dans sa région équatoriale, de façon à occuper toute la cavité cellulaire. Bien que les fils, devenus très nombreux, s'épaississent et se montrent plus colorables à l'équateur, on ne voit pas apparaître, dans le plan équatorial, de plaque cellulaire granuleuse, même transitoire. Mais, à la périphérie de la cellule et dans le plan équatorial, une proéminence interne se forme, qui fait corps avec la paroi, dont elle possède dès l'origine tous les caractères. En coupe optique, cette proéminence annulaire offre d'abord, de chaque côté de la cellule, l'aspect d'une pointe ou d'un coin plus ou moins saillant dans l'intérieur.

» Au fur et à mesure que la proéminence s'accroît, les fils connectifs situés de part et d'autre disparaissent. Mais l'étranglement de la cavité cellulaire ne progresse pas jusqu'au cloisonnement complet; il s'arrête ordinairement quand la largeur de la bande annulaire égale environ le diamètre de l'isthme ou pont protoplasmique qui réunit les deux moitiés de la cellule. La cellule-mère pollinique ressemble alors d'assez près à certaines Desmidiées, telles que les *Cosmarium*.

» Ce mode de cloisonnement rappelle celui qu'on connaît dans le corps filamenteux des *Spirogyra* et des *Cladophora*, chez lesquels, d'ailleurs, la formation de la cloison progresse et s'achève régulièrement.

» Toutefois, dans les *Magnolia*, on n'aperçoit pas, à l'endroit où la cloison commence, une accumulation de granules cytoplasmiques aussi prononcée que dans ces algues; et, bien que l'anneau cellulosique soit dès l'origine relativement plus épais que dans le *Spirogyra*, l'épaississement des fils connectifs n'augmente pas sur le bord interne de l'anneau dans une proportion en rapport avec l'accroissement de ce dernier. Il y a pourtant lieu de penser que c'est la substance constitutive des fils qui sert à former l'anneau.

» Il est excessivement rare de voir la cloison se compléter avant la seconde division nucléaire. Le pont protoplasmique, formé par la partie centrale du tonnelet connectif, garde pendant quelque temps l'aspect filamenteux; puis les fils deviennent moins distincts, mais leur place reste occupée par des granules assez gros. Rien ne prouve que, si le cloisonnement reste incomplet, c'est parce que la seconde division intervient avant qu'il n'ait eu le temps de s'achever. Le temps qui s'écoule à partir de la naissance de la cloison jusqu'à cette division paraît, au contraire, relativement long, à en juger par le grand nombre des cellules dans lesquelles on

observe ce diaphragme. Il est même probable que c'est la durée du stade en question qui permet à l'anneau de s'épaissir, souvent d'une façon notable, du côté externe surtout, là où il se raccorde avec la paroi de la cellule-mère.

» Pendant les prophases de la seconde division nucléaire, le pont protoplasmique, qui réunit les deux moitiés de la cellule-mère, ne change presque pas d'aspect. Mais, dès que les deux nouvelles paires de noyaux ont pris naissance dans leur compartiment respectif, des fils cytoplasmiques partant des pôles de chaque fuseau nucléaire viennent traverser le pont dans toute son épaisseur, préparant aussi l'achèvement de la cloison restée incomplète. Cet achèvement se produit, en effet, un peu avant que les deux cellules-filles ne se cloisonnent à leur tour; ce second ou dernier cloisonnement commence d'ailleurs de la même façon que le premier, mais il est plus rapide et se continue sans interruption jusqu'à la division complète des cellules-filles.

» En résumé, au point de vue de la formation des cloisons dans la cellule-mère pollinique, les *Magnolia* offrent un cas tout particulier, encore inconnu chez les autres plantes. Ils sont intermédiaires entre les Monocotylédones et les Dicotylédones; mais, par l'apparition d'une cloison incomplète (pouvant même exceptionnellement se compléter), aussitôt après la première bipartition nucléaire, ils se rapprochent plus, en réalité, des premières que des secondes. »

ARITHMÉTIQUE. — *Extension du n° 162 des « Disquisitiones arithmeticæ » de Gauss*. Note de M. DE JONQUIÈRES.

« I. Le problème dont je donne une nouvelle solution est, en quelque sorte, le complément de celui que Gauss a traité dans la première moitié du n° 162 des *Disquisitiones*, où il se propose, lorsque l'on connaît deux transformations *semblables* d'une forme quadratique $F = (A, B, C)$ en une *seule et même* autre forme $f = (a, b, c)$, d'en déduire une solution de l'équation indéterminée $t^2 - Du^2 = +1$ (ou, plus généralement, $t^2 - Du^2 = +m^2$, m étant le plus grand commun diviseur des trois nombres a, $2b$, c). Le point de départ et le but de la présente Note sont du même ordre, mais d'espèce différente; on y suppose connues deux transformations semblables de la forme F, l'une en la forme $f = (a, b, c)$, l'autre *en l'inverse* de celle-ci $f' = (-a, b, -c)$; ce qui n'est pas possible généralement, mais se pré-

sente dans une infinité de cas, en particulier quand le déterminant D est un nombre premier de la forme $4k+1$. A l'aide de ces seules données, il faut trouver une solution de l'équation indéterminée $t^2 - Du^2 = -1$, ou plus généralement $= -m^2$.

» Gauss, dans son Ouvrage, ne s'occupe pas spécialement de cette dernière équation qui, par le fait, se trouve ainsi reléguée, sans être mentionnée, parmi l'infinité de celles que le n° 205 apprend à résoudre. En cela, Gauss n'imite pas Lagrange, son devancier, dont la marche, uniforme dans cette double question, aboutit, par une succession indéfinie d'étapes alternatives et périodiques, tantôt à la solution de cette dernière équation (lorsque la valeur de D la rend possible), tantôt à celle (toujours résoluble) de la première. Si l'on songe au rôle fondamental que celle-ci joue dans la résolution générale des équations indéterminées du second degré, on s'explique suffisamment le silence de Gauss, qui voulait être bref à cause de l'encombrement des matières dont il avait à parler ([1]). Néanmoins il semble qu'il y ait un certain intérêt à faire voir que la question dont il s'agit (et que l'on sait résoudre autrement) peut être traitée en employant exclusivement des procédés analogues à ceux dont l'illustre auteur se sert pour résoudre le problème qu'il a abordé, mais en les appropriant à leur nouvelle destination. Cette extension jette, en effet, une nouvelle lumière sur l'article 162.

» II. Adoptant les notations de l'article précité, on a dans ce cas les six équations

(1) $$A\alpha^2 + 2B\alpha\gamma + C\gamma^2 = a,$$
(3) $$A\alpha\beta + B(\alpha\delta + \beta\gamma) + C\gamma\delta = b,$$
(5) $$A\beta^2 + 2B\beta\delta + C\delta^2 = c,$$

([1]) J'ai fait allusion à ce silence de Gauss dans une *note* de ma Communication du 27 juin 1898, et j'y annonçais brièvement la possibilité d'étendre les formules données par lui au cas que je traite aujourd'hui, sous-entendant d'ailleurs que ces formules subiraient les modifications nécessaires. A propos de cette Communication du 27 juin, je profite de l'occasion (qui, depuis cette époque, se présente à moi pour la première fois) pour restituer à M. Tano la priorité du théorème qui y figure sous le n° I, et que je croyais nouveau. Il a été démontré par cet auteur, d'une façon d'ailleurs toute différente, en 1890, dans le *Bulletin des Sciences mathématiques*. Je dois cet obligeant renseignement à M. l'Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées Neni, qui a bien voulu m'en fournir aussi une autre démonstration, dont il est l'auteur, mais qu'il n'a pas publiée.

(2) $$A\alpha'^2 + 2B\alpha'\gamma' + C\gamma'^2 = -a,$$
(4) $$A\alpha'\beta' + B(\alpha'\delta' + \beta'\gamma') + C\gamma'\delta' = b,$$
(6) $$A\beta'^2 + 2B\beta'\delta' + C\delta'^2 = -c,$$

» Si l'on multiplie (1) par (2), et qu'on fasse

(I) $$a' = A\alpha\alpha' + B(\alpha\gamma' + \alpha'\gamma) + C\gamma\gamma',$$

on en déduit

(7) $$a'^2 - D(\overline{-\alpha\gamma' + \alpha'\gamma})^2 = -a^2.$$

» Si l'on multiplie (1) par (4) et (2) par (3), et qu'on *retranche* le premier produit du second, en écrivant

(II) $$2b' = A(-\alpha\beta' + \alpha'\beta) + B(-\alpha\delta' + \alpha'\delta + \beta\gamma' - \beta'\gamma) + C(-\gamma\delta' + \gamma'\delta),$$

on obtient

(8) $$2a'b' - D(-\alpha\gamma' + \alpha'\gamma)(\alpha\delta' + \alpha'\delta - \beta\gamma' - \beta'\gamma) = -2ab.$$

» Si l'on multiple (1) par (6) et (2) par (5), qu'on ajoute ces deux produits et qu'on en *retranche* le double du produit de (3) par (4), on trouve d'abord

$$4b'^2 - D\left[(\overline{\alpha\delta' + \alpha'\delta - \beta\gamma' - \beta'\gamma})^2 - 2ee'\right] = -2b^2 - 2ac,$$

et, à cause de $2ee' = 2b^2 - 2ac$, il vient

(9) $$4b'^2 - D(\overline{\alpha\delta' + \alpha'\delta - \beta\gamma' - \beta'\gamma})^2 = -4b^2.$$

» Si l'on multiplie (3) par (4), en faisant

(III) $$c' = -(A\beta\beta' + B(\beta\delta' + \beta'\delta) + C\delta\delta'),$$

on trouve

(10) $$a'c' - D(-\alpha\gamma' + \alpha'\gamma)(\beta\delta' - \beta'\delta) = -ac.$$

» En *retranchant* du produit de (3) par (6) celui de (4) par (5), on obtient

(11) $$2b'c' - D(\beta\delta' - \beta'\delta)(\alpha\delta' + \alpha'\delta - \beta\gamma' - \beta'\gamma) = -2bc.$$

» Enfin, multipliant (5) par (6), on trouve

$$(12) \qquad c'^2 - D(\overline{\beta\delta' - \beta'\delta})^2 = -c^2.$$

» Actuellement soit m le plus grand commun diviseur des nombres a, $2b$, c, et déterminons trois nombres A′, B′, C′ de manière qu'on ait $A'a + 2B'b + C'c = m$, et multiplions respectivement (7), (8), (9), (10), (11), (12), par A'^2, $2A'B'$, B'^2, $2A'C'$, $2B'C'$, C'^2, et ajoutons tous ces produits. On voit que la somme des termes du second membre est égale au carré, *pris négativement*, de $A'a + 2B'b + C'c$, c'est-à-dire à $-m^2$. Quant à la somme des termes des premiers membres, on la trouve égale à $T^2 - DU^2$, si l'on écrit

$$(13) \qquad A'a' + 2Bb' + C'c' = T,$$

$$(14) \qquad A'(\alpha\gamma' - \alpha'\gamma) + B'(-\alpha\delta' - \alpha'\delta + \beta\gamma' + \beta'\gamma) + C'(-\beta\delta' + \beta'\delta) = U.$$

» En résumé, on a $T^2 - DU^2 = -m^2$, T et U étant manifestement entiers.

» Ainsi, d'après cette analyse, la solution de l'équation indéterminée $t^2 - Du^2 = -m^2$ (et, en particulier, celle de $t^2 - Du^2 = -1$) dépend, lorsqu'elle est possible, de deux transformations semblables de la forme F, l'une en $f = (a, b, c)$, l'autre en $f' = (-a, b, -c)$, inverse de la première.

» Sans poursuivre ces calculs plus loin (comme le fait Gauss, dont le but final, dans l'art. 162, n'est pas exclusivement celui qui fait l'objet de sa première Partie), je me bornerai à dire que les formules (18), (19), (20), (21), qui servent à trouver plus commodément les valeurs de T et U, deviennent, dans les données de la présente Note :

$$(18) \qquad 2eT = (-\alpha\delta' + \alpha'\delta - \beta\gamma' + \beta'\gamma)m,$$

$$(19) \qquad aU = (\alpha\gamma' - \alpha'\gamma)m,$$

$$(20) \qquad 2bU = (-\alpha\delta' - \alpha'\delta + \beta\gamma' + \beta'\gamma)m,$$

$$(21) \qquad cU = (-\beta\delta' + \beta'\delta)m;$$

les relations $ma' = Ta$, $2mb' = 2Tb$, $mc' = Tc$ demeurent d'ailleurs les mêmes, et (23) devient $eT + bU = m(-\alpha\delta' + \beta'\gamma)$.

» III. La vérification algébrique des formules précédentes n'étant qu'une affaire d'ordre et de patience ([1]), je me bornerai aux observations suivantes :

([1]) Cette vérification demande pourtant une précaution : c'est de suivre dans les calculs l'ordre qui a servi à établir les formules. Par exemple, la vérification de la for-

» 1° On y doit toujours tenir compte, comme dans celles de Gauss, des signes individuels + ou —, dont sont affectés les coefficients α, β, ..., γ', δ', qui y entrent;

» 2° L'un des termes a', c' est positif, l'autre négatif;

» $2b'$ est de même signe que a', si l'on prend (a, b, c) pour la forme f à laquelle appartiennent les coefficients α, β, γ, δ, et, au contraire, de même signe que c', si ces coefficients appartiennent à la forme $(-a, b, -c)$, prise pour f;

» 3° Les signes de T et U sont tous deux positifs, si a' et $2b'$ sont positifs, et tous deux négatifs dans le cas inverse. Ces signes sont d'ailleurs indifférents pour l'usage qu'on en fait dans l'équation $t^2 - \mathrm{D}u^2 = -1$, puisqu'ils n'y entrent que par leurs carrés;

» 4° Lorsque, D étant supposé positif (ce qui est le seul cas intéressant), on recourt, pour plus de commodité, à un Tableau composé comme celui qui termine le n° 188 des *Disquisitiones*, afin d'y chercher les transformations dont on a besoin pour obtenir des réduites proprement équivalentes, il est clair : que, si la forme F, ou la réduite initiale F qui en tient lieu, contient dans la période de celle-ci la réduite inverse — F (ce qui dépend de la valeur du déterminant D), celle-ci occupe un rang *pair* dans la période qui débute par F (F y ayant le rang n° 1), puisque toutes les réduites de rang pair ont, pour leurs termes extrêmes, des signes contraires aux siens; que — F se trouve précisément au milieu de la période complète; enfin qu'à partir de celle-ci jusqu'à la fin de la période, toutes les réduites qui la suivent sont, respectivement, et dans le même ordre de succession, les inverses de celles qui vont de F à — F; en sorte que ce qui est vrai de l'une de ces réduites l'est aussi de l'autre, et qu'on peut prendre une quelconque d'entre elles comme forme initiale du Tableau des transformations;

» 5° Au surplus, quelle que soit la réduite du Tableau qu'on choisisse pour f, si f' est son inverse *la plus voisine*, soit en dessous, soit en dessus d'elle, f et f' se trouvant séparées l'une de l'autre par l'intervalle d'une demi-période, les valeurs qui, par les formules ci-dessus, en résulteront

---

mule (9) exige qu'on opère sur celle qui la précède immédiatement dans le texte, et d'où elle provient *après réductions* des termes $2ee'$ et $2ac$. Ce dernier, notamment, qui représente la somme des produits de (1) par (6) et de (2) par (5), est nécessaire pour que les données du problème interviennent *toutes* dans les calculs et les résultats. Sans lui, rien n'indiquerait suffisamment qu'il s'agit de deux formes f, f', inverses l'une de l'autre, plutôt que de deux formes identiques, et d'ailleurs le calcul n'aboutirait pas, comme on peut s'en assurer.

pour T et U seront, d'une façon absolue, leurs moindres valeurs t_1, u_1. En général, s'il y a entre f et f' un intervalle de $2n+1$ demi-périodes, les indices hiérarchiques des valeurs correspondantes de T et U seront $2n+1$. Quant aux indices pairs, ils sont exclusivement réservés aux valeurs de T et U qui satisfont à l'équation $t^2 - Du^2 = +1$, les impairs appartenant à $t^2 - Du^2 = -1$.

» IV. D'après tout ce qui précède, la méthode développée par Gauss, dans le n° 162 des *Disquisitiones*, si on la modifie convenablement dans ses détails, conduit aussi aisément à la solution de l'équation $t^2 - Du^2 = -1$ (ou $-m^2$), lorsqu'elle est possible, qu'à celle de l'équation $t^2 - Du^2 = +1$. Dans ce cas, on peut donc regarder chaque moitié de la période complète de Gauss comme formant deux périodes, identiques aux signes près des termes extrêmes des réduites occupant le même rang dans l'une de ces périodes et dans celle qui la suit.

» A cet égard, on se trouve dans le même cas que Lagrange, qui, lui, faisant usage de l'algorithme des fractions continues [où le quotient entier maximum (qu'il appelle $2a$) fait sa réapparition régulièrement périodique], est naturellement conduit à ne voir partout que des périodes complètes, de même composition, au bout de chacune desquelles la fraction convergente correspondante $\frac{t}{u}$ jouit de la propriété, si l'on en met les deux termes à la place de t et u dans la formule $t^2 - Du^2$, de fournir alternativement le résultat -1 (quand il est possible) à la fin des périodes de rang impair, et le résultat $+1$ à la fin des périodes de rang pair.

» Au reste, l'analogie entre les deux méthodes, qui est ici mise en évidence sur un point [1] en ce qui concerne la résolution des équations

$$t^2 - Du^2 = \pm 1,$$

peut être poussée plus loin, comme je le ferai voir dans une prochaine occasion. »

M. **Appell** est adjoint à la Commission du prix Fourneyron.

---

[1] J'aurais désiré compléter cette exposition théorique, en l'appliquant à deux exemples numériques, choisis de façon à en bien éclaircir les détails; mais le manque de place m'a contraint d'y renoncer.

CORRESPONDANCE.

M. H. Poincaré présente à l'Académie le Tome XII des « Œuvres complètes de Laplace : Mémoires extraits des Recueils de l'Académie des Sciences ».

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, une Thèse que M. *Delépine* vient de présenter à la Faculté des Sciences de Paris, sous le titre « Amines et amides dérivés des aldéhydes ».

M. Hatt, en présentant à l'Académie la feuille nouvellement gravée de la Carte hydrographique des côtes de Corse, comprenant les environs de Saint-Florent sur la côte ouest et ceux de Bastia sur la côte est, s'exprime comme il suit :

« J'ai l'honneur d'appeler l'attention de l'Académie sur l'exécution de la gravure du relief représenté en lumière oblique. M. Delaune, l'habile graveur de la topographie, a produit une véritable œuvre d'art. La nature accidentée du terrain rendait la représentation particulièrement difficile, et, d'autre part, le peu de largeur de la presqu'île du cap Corse obligeait à figurer la topographie au complet.

» La Carte est à l'échelle de $\frac{1}{35000}$ environ ; la projection est celle de Mercator. On peut distinguer à côté du carroyage régulier, correspondant aux méridiens et parallèles, un autre carroyage exécuté en traits entièrement fins destinés à disparaître avec les tirages successifs. Ce carroyage n'est autre que celui des minutes de construction originales, exécutées à l'échelle de $\frac{1}{20000}$; il correspond, dans ce voisinage de Bastia, à la méridienne et à la perpendiculaire du clocher de Sainte-Marie, axes auxquels sont rapportées les coordonnées rectangulaires des points du levé. Des formules spéciales servent à obtenir le transport direct de ce carroyage sur le cuivre au moyen du calcul des coordonnées géographiques (longitude et latitude) des intersections des parallèles aux axes. Ce transport une fois obtenu, le graveur n'a plus à opérer que la copie des carreaux successifs de la minute originale ramenée à l'échelle convenable au moyen de la photographie. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle comète Brooks* (1898, *oct.* 20), *faites à l'Observatoire de Paris* (*équatorial de la tour de l'Ouest*). Note de M. G. BIGOURDAN, présentée par M. Lœwy.

Dates. 1898.	Étoile.	ΔR.	ΔD.	Nombre de compar.
Octobre 22.........	*a* 1798 BD + 56	+0^m. 8^s,02	+2'.48",1	8:8
22.........	*a* 1798 BD + 56	+0.16,74	+1.38,1	4:4
22.........	*a* 1798 BD + 56	+0.36,95	−0.49,4	4:4
22.........	*a* 1798 BD + 56	+0.53,22	−2.49,7	4:4

Position de l'étoile de comparaison.

Date. 1898.	Étoile.	Asc. droite moyenne 1898,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1898,0.	Réduction au jour.	Autorités.
Oct. 22...	1798 BD + 56	15^h.19^m.28^s,74	−0^s,29	+56°. 3'.13",6	+15",2	A.G. Hels. Goth.

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1898.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
Oct. 22....	9^h.27^m.20^s,1	15^h.19^m.36^s,47	$\bar{1}$,765	+56°. 6'.16",9	0,803
22....	9.38. 4,6	15.19.45,19	$\bar{1}$,750	+56. 5. 6,9	0,810
22....	10. 1.35,8	15.20. 5,40	$\bar{1}$,716	+56. 2.39,4	8,840
22....	10.20.47,8	15.20.21,67	$\bar{1}$,700	+56. 0.39,1	0,850

Remarques. — En présence de la Lune, la comète a l'éclat d'une nébuleuse de la classe I-II. Elle est arrondie, diffuse, sans queue et a 2' de diamètre total. Elle est plus brillante vers la région centrale où se trouve une condensation diffuse qui s'observe assez difficilement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales intermédiaires des équations du second ordre*. Note de M. E. GOURSAT, présentée par M. Darboux.

« Étant donnée une équation de Monge-Ampère

$$A(rt - s^2) + Br + Cs + Dt + E = 0,$$

MM. Sophus Lie et Darboux ont démontré que, si elle admet deux inte-

grales intermédiaires distinctes $F(u, v) = 0$, u et v étant des fonctions de x, y, z, p, q et F une fonction arbitraire, cette équation peut être ramenée par une transformation de contact à l'une des deux formes canoniques $r = 0$, $s = 0$, suivant que les deux systèmes de caractéristiques sont confondus ou distincts. Ce théorème ne semble pas avoir été étendu complètement jusqu'ici aux équations du second ordre à un nombre quelconque de variables; c'est cette extension que je me propose d'indiquer dans cette Note.

» Soient $x_1, x_2, \ldots, x_n$ un système de n variables indépendantes, z une fonction de ces variables; nous poserons

$$p_i = \frac{\partial z}{\partial x_i}, \qquad p_{ik} = \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \, \partial x_k} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

» Les équations du second ordre, qui doivent être considérées comme analogues à l'équation de Monge-Ampère, sont les équations de la forme

$$(1) \qquad \begin{vmatrix} p_{11} + \alpha_{11} & p_{12} + \alpha_{12} & \ldots & p_{1n} + \alpha_{1n} \\ p_{21} + \alpha_{21} & p_{22} + \alpha_{22} & \ldots & p_{2n} + \alpha_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ p_{n1} + \alpha_{n1} & p_{n2} + \alpha_{n2} & \ldots & p_{nn} + \alpha_{nn} \end{vmatrix} = 0,$$

où les α_{ik} sont des fonctions quelconques de $x_1, x_2, \ldots, x_n, z, p_1, \ldots, p_n$, ou du moins peuvent toujours se ramener à cette forme par une transformation de contact convenable.

» L'équation (1) admet deux familles de caractéristiques de premier ordre; les équations différentielles de l'un des systèmes sont

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} dz - p_1 \, dx_1 - p_2 \, dx_2 - \ldots - p_n \, dx_n = 0, \\ dp_1 + \alpha_{11} \, dx_1 + \alpha_{12} \, dx_2 + \ldots + \alpha_{1n} \, dx_n = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ dp_n + \alpha_{n1} \, dx_1 + \alpha_{n2} \, dx_2 + \ldots + \alpha_{nn} \, dx_n = 0; \end{array} \right.$$

et les équations différentielles de l'autre système se déduisent de celles-là en permutant les indices i et k dans les coefficients α_{ik}.

» La recherche des intégrales intermédiaires de l'équation (1) se ramène à la recherche des combinaisons intégrables des équations (2) ou des équations analogues de l'autre système. Si l'un de ces systèmes admet n combinaisons intégrables distinctes,

$$du_1 = 0, \qquad du_2 = 0, \qquad \ldots, \qquad du_n = 0,$$

l'équation (1) admet l'intégrale intermédiaire $F(u_1, u_2, \ldots, u_n) = 0$, et ré-

ciproquement. Si $du = 0$ et $dv = 0$ sont deux combinaisons intégrables de chacun des deux systèmes, on a toujours $[u, v] = 0$.

» Cela posé, si l'équation (1) admet deux intégrales intermédiaires distinctes, il peut se présenter deux cas :

» 1° L'un des systèmes de caractéristiques admet $n+1$ intégrales distinctes. Les deux systèmes de caractéristiques sont alors confondus, et l'équation peut se ramener, par une transformation de contact, à la forme simple $p_{11} = 0$ [1].

» 2° Les deux systèmes de caractéristiques sont distincts et chacun d'eux admet n combinaisons intégrables distinctes. Le problème revient alors à trouver deux groupes de n fonctions distinctes $(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ et $(v_1, v_2, \ldots, v_n)$ tels que l'on ait $[u_i, v_k] = 0$ pour toutes les valeurs des indices i et k. Cette dernière question se résout facilement, grâce à la théorie des *groupes homogènes de fonctions* de M. Sophus Lie (*Mathematische Annalen*, t. VIII et XI; *Theorie der Transformationsgruppen*, t. II). En effectuant une transformation de contact convenable, et remplaçant $u_1, u_2, \ldots, u_n$ par des fonctions distinctes $f_1(u_1, \ldots, u_n), \ldots, f_n(u_1, \ldots, u_n)$ et opérant de même pour les v_k, on démontre qu'il est possible de ramener les deux groupes de fonctions u et v à l'une des formes canoniques suivantes :

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} u \;\; \boxed{x_1,\; x_2,\; \ldots,\; x_q,\; p_1,\; p_2,\; \ldots,\; p_q,\; x_{q+1},\; \ldots,\; x_r,\; z}, \\ v \;\; \boxed{x_{r+1},\; \ldots,\; x_n,\; \dfrac{p_{r+1}}{p_n},\; \ldots,\; \dfrac{p_{n-1}}{p_n},\; x_{q+1},\; \ldots,\; x_r}; \end{cases}$$

$$(\mathrm{II})\quad \begin{cases} u \;\; \boxed{x_1,\; x_2,\; \ldots,\; x_q,\; p_1,\; p_2,\; \ldots,\; p_q,\; x_{q+1},\; \ldots,\; x_r}, \\ v \;\; \boxed{x_{r+1},\; \ldots,\; x_n,\; p_{r+1},\; \ldots,\; p_n,\; x_{q+1},\; \ldots,\; x_r}. \end{cases}$$

» Pour le type (I), la somme $q + r$ est égale à $n - 1$, et le nombre q

---

[1] Les équations dont il s'agit ont été déterminées, sous leur forme la plus générale, par M. Darboux, dans son *Mémoire sur les solutions singulières des équations aux dérivées partielles du premier ordre* (*Mémoires présentés par divers Savants à l'Académie des Sciences*, t. XXVII, p. 212). Quelques cas particuliers ont fait l'objet de travaux récents : Vivanti (*Mathematische Annalen*, t. XLVIII, p. 474-513), Forsyth (*Cambridge philosophical Transactions*, vol. XVI, part. III, p. 191-218), Josef Kurschak (*Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie*, t. XIV; Budapest, 1898), etc.

peut varier depuis 1 jusqu'au plus grand entier contenu dans $\frac{n-1}{2}$; pour le type (II), la somme $q+r=n$, et q peut varier depuis 1 jusqu'au plus grand entier contenu dans $\frac{n}{2}$. Chacune des formes canoniques précédentes est caractérisée par le nombre des fonctions distinctes qui appartiennent à la fois aux deux groupes des u et des v; comme ce nombre peut varier de 0 à $n-2$, *il y a en tout $n-1$ formes canoniques distinctes*, à chacune desquelles correspond une forme canonique d'équation du second ordre, admettant deux intégrales intermédiaires distinctes. Toutes ces équations du second ordre admettent une intégrale générale explicite.

» Ainsi, pour $n=3$, on a les deux équations canoniques

$$p_{12}=0, \qquad p_{12}p_3-p_{13}p_2=0,$$

dont les intégrales générales sont respectivement

$$z=\varphi(x_1, x_3)+\psi(x_2, x_3),$$
$$z=\varphi[x_1, \psi(x_2, x_3)],$$

φ et ψ étant des fonctions arbitraires.

» Pour $n=4$, on a les trois équations canoniques

$$p_{12}=0, \qquad p_{12}p_3-p_{13}p_2=0, \qquad p_{13}p_{24}-p_{14}p_{23}=0.$$

» L'intégrale générale de la dernière est représentée par le système de deux équations

$$\left\{\begin{aligned} z&=\varphi(x_1, x_2, a)+\psi(x_3, x_4, a),\\ &\frac{\partial\varphi}{\partial a}+\frac{\partial\psi}{\partial a}=0, \end{aligned}\right.$$

où a désigne un paramètre variable, φ et ψ étant des fonctions arbitraires.

» En revenant à un système de variables quelconques, les résultats obtenus peuvent s'énoncer comme il suit : *Soient* $X_1, X_2, \ldots, X_n$; $P_1, \ldots, P_n$, Z, $(2n+1)$ *fonctions des variables* $x_1, \ldots, x_n$; $p_1, p_2, \ldots, p_n$, z, *satisfaisant à l'identité*

$$dZ-P_1\,dX_1-\ldots-P_n\,dX_n=\rho(dz-p_1\,dx_1-\ldots-p_n\,dx_n);$$

toute équation de la forme $\frac{D(u_1, u_2, \ldots, u_n)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_n)}=0$, *où* $u_1, u_2, \ldots, u_n$ *sont* n *quelconques des fonctions* Z, X_i, P_k, *admet deux intégrales intermédiaires distinctes. Réciproquement, toute équation du second ordre, qui jouit de cette propriété, peut être obtenue de cette façon.*

» Il est à remarquer que tous les types ainsi obtenus ne sont pas essentiellement distincts. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les points singuliers situés sur le cercle de convergence et sur la sommation des series divergentes.* Note de M. **Leau**, présentée par M. Appell.

« Soit la série $f(z) = \Sigma a_p z^p$ dont le cercle de convergence a un rayon égal à l'unité. Supposons qu'on veuille s'assurer s'il y a ou non, sur un certain arc de cercle, des points singuliers. On pourra prendre sur le rayon bissecteur un point b et, en l'imaginant assez voisin de l'origine, on sera conduit, d'après le criterium de M. Hadamard, à étudier la limite supérieure de $\left|\frac{f^n(b)}{n!}\right|^{\frac{1}{n}}$ pour n infini. Or *on ne change pas cette limite* si l'on se borne à faire varier, dans la formation de la dérivée, p de n à n', $\frac{n'}{n}$ restant supérieur à un nombre fixe plus grand que 1. Ainsi, il existe des suites de nombres dépendant de a et d'un entier n

$$\alpha_{n,n}, \quad \alpha_{n+1,n}, \quad \ldots, \quad \alpha_{n',n},$$

telles que, dans les conditions énoncées, la solution du problème dépend de la limite supérieure de $|\alpha_{n,n} a_n + \alpha_{n+1,n} a_{n+1} + \ldots + \alpha_{n',n} a_{n'}|^{\frac{1}{n}}$.

» Des représentations conformes, autres que le prolongement analytique, donnent des résultats tout à fait analogues.

» Ce fait est important. M. Fabry a basé sur lui ses recherches dans le cas où l'arc considéré se réduit à un point. Mais, même si l'on choisit une représentation conforme fournissant pour les α des valeurs très simples, l'expression ainsi introduite, et qui joue dans l'extension des séries un rôle analogue à celui du terme général pour la convergence, est, en elle-même, difficile à étudier. Or on peut, *sans se préoccuper de la nature des coefficients* α, tirer du résultat précédent diverses conséquences. En voici quelques-unes que, pour plus de brièveté, j'énonce avec beaucoup trop de restrictions :

» Soit une suite de nombres positifs $b_0, b_1, \ldots, b_n, \ldots, b_n$ tendant vers 1 pour n infini, et appelons $n^{\text{ième}}$ ensemble les coefficients $b_n, b_{n+1}, \ldots, b_{n'}$. Si μ est positif et inférieur à $\frac{1}{4}$, ω compris entre 0 et 1, et si k passe par toutes les valeurs entières, supprimons dans une infinité d'ensembles les b_p

pour lesquels on a

$$\frac{k+\mu}{\omega} < p < \frac{k+(1-\mu)}{\omega};$$

le point $e^{2i\pi\omega}$ *sera singulier* pour la série $\Sigma b_p z^p$. De là un moyen de construire une infinité de séries admettant le cercle de convergence pour coupure.

» Inversement, on pourra former des séries n'ayant qu'un point singulier. Imaginons des séries $f_1(z)$, $f_2(z)$, ..., $f_n(z)$, ..., satisfaisant aux conditions suivantes : 1° le point $+1$ est singulier; 2° pour un nombre b négatif, les expressions correspondantes relatives à chacune des séries tendent simultanément vers $\frac{1}{1-b}$; 3° dans les différences $f_{n+1}(z) - f_n(z)$ les termes dont le degré varie de n à $2n$ ont leurs coefficients a_p inférieurs en module à h^p, h étant une constante inférieure à l'unité. Entre autres, *la série dont le terme général est le* $n^{\text{ième}}$ *terme de* $f_n(z)$ *n'a que le point* $+1$ *pour point singulier* sur le cercle de convergence. On peut dire, par une comparaison naturelle, qu'on a en quelque sorte des séries *tangentes* le long de polynomes plus ou moins éloignés et qu'on prend leur *enveloppe* (qui n'est d'ailleurs pas unique). Voici un exemple simple : c'est la série dont le terme général est

$$\left(c_0 + \frac{c_1}{n} + \frac{c^2}{n^2} + \ldots + \frac{c^n}{n^n}\right) z^n,$$

les c étant des constantes dont le module est limité.

» C'est par l'emploi des représentations conformes qu'a été obtenu le résultat énoncé au début de cette Note. Elles permettent également, comme l'a montré M. Lindelöf, de calculer la valeur numérique de la fonction représentée par une série en dehors du cercle de convergence de cette dernière. Si l'on cherche, par un pareil procédé, des valeurs de plus en plus approchées de la valeur exacte, on est conduit, si la série proposée est $f(z) = \Sigma a_p z^p$, à en former d'autres dépendant d'un entier m

$$(1) \qquad \Sigma a_p b_{pm} z^p,$$

et qui, pour la valeur considérée de z, fournissent précisément les valeurs approchées en question. Mais, en général, ces coefficients b dépendent de z. Proposons-nous donc de déterminer des nombres b *constants*, au moins lorsque z reste dans certaines régions, et tels que les séries (1) soient convergentes, leurs sommes ayant pour limite $f(z)$ en supposant

que z reste dans une région où $f(z)$ est holomorphe. En utilisant une démonstration de M. Borel [1], on arrive à ce résultat fort simple : si le procédé de sommation s'applique à $\frac{1}{1-z}$ et se fait uniformément dans une région A contenant l'origine, il s'applique dans une autre région B pour *toute fonction* qui y est holomorphe. Il suffit donc de former les séries (1) quand tous les a sont égaux à l'unité. Voici des exemples :

» 1° On part de la fonction $\frac{1-e^{-m(1-z)}}{1-z}$ que l'on développe suivant les puissances croissantes de z. Il est aisé de voir qu'on retrouve ainsi, par une voie différente, le mode de calcul principalement employé par M. Borel dans sa théorie si intéressante des séries divergentes sommables.

» 2° a étant une constante, on forme les polynomes en z,

$$\frac{1-\left(\frac{a+z}{a+1}\right)^m}{1-z}.$$

» Ce procédé peut être considéré comme une généralisation d'une transformation due à Euler. M. Lindelöf en a donné une autre dépendant d'une arbitraire α. On peut faire varier α avec z et, en posant $\alpha = -\frac{z}{a}$, on passe d'une généralisation à l'autre.

» Ces différents résultats seront développés dans un prochain Mémoire. »

ACOUSTIQUE. — *Mesure de la vitesse du son*. Note de M. **Frot**, présentée par M. Lippmann.

« Cette Note a pour but de faire connaître deux valeurs que nous avons obtenues pour la vitesse du son dans l'air à 0°, en opérant soit directement à l'aide de chronomètres à pointage, soit automatiquement à l'aide de vibrateurs électriques et de chronographes de chute.

» *Mesure directe*. — Cette mesure a été faite le 15 février 1896 sur le polygone de Bourges, en utilisant un tir du canon de 120 long, et en profitant de ce que la température, indiquée par un thermomètre placé près de la pièce, était de 0°. De plus l'air était presque calme, l'anémomètre

---

[1] *Sur les séries de Taylor admettant leur cercle de convergence comme coupure* (Mémoire paru dans le *Journal de Mathématiques*).

enregistrant un vent de $1^m,70$ à la seconde, dont la direction faisait avec celle du tir un angle de $110°$. Enfin la pression barométrique était de 756^{mm}.

» Le procédé employé a consisté simplement à noter pour chaque coup de canon, avec deux chronomètres à pointage comparables, les temps qui s'écoulaient entre le moment où le coup partait et celui où l'obus, arrivé au but, éclatait, d'une part, et le moment où le coup partait et celui où le bruit de la détonation du projectile revenait à la pièce, d'autre part.

» On a observé de la pièce, à l'aide d'une lunette, les points d'éclatement dont les emplacements ont été ensuite déterminés à l'aide d'une triangulation rapportée à la ligne de tir jalonnée de 50^m en 50^m.

» Le Tableau suivant donne les résultats moyens obtenus à l'aide des quinze expériences faites.

Durée mesurée	entre le départ du coup et l'arrivée à la pièce de l'onde de l'explosion de l'obus..........	$35^s,00$
	entre le départ du coup et l'explosion de l'obus.	$18^s,20$
Temps mis par l'onde de l'explosion pour arriver à la pièce		$16^s,80$
Distance séparant le point d'éclatement de la pièce.............		$5565^m,00$
Vitesse du son à 0° en air agité...........................		$331^m,2$
Composante du vent suivant la direction du tir		$-0,6$
Vitesse du son à 0°, en air calme...........................		$330^m,6$
Nombre de coups utilisés..................................		15

» *Mesure automatique.* — Dans cette série d'expériences, on a enregistré électriquement, à l'aide d'un chronographe de Boulangé-Bréger, le temps mis par l'onde de la détonation d'un coup de canon pour parcourir un espace de 40^m.

» Dans ce but, deux écrans, placés sur la ligne de tir, l'un à 30^m et l'autre à 70^m de la pièce, portant des vibrateurs à ressort identiques, ont été intercalés dans les deux circuits d'un chronographe. L'onde de la détonation, frappant successivement chaque écran, mettait en mouvement le vibrateur, coupait le courant correspondant et faisait tomber un des pendules du chronographe.

» On a obtenu ainsi le temps mis par cette onde pour parcourir la distance séparant les deux écrans et, par suite, la vitesse du son.

» La température et le vent ayant été également enregistrés, on a pu ramener cette vitesse à ce qu'elle aurait été en air calme et à 0°, en admettant une correction de $0^m,625$ pour chaque degré.

» 14 observations ont pu être faites en cinq séances et sont consignées dans le Tableau suivant :

Jour du tir.	Conditions atmosphériques. Température.	Composante du vent suivant la direction du tir.	Hauteur barométrique.	Nombre de coups tirés.	Vitesse du son mesurée.	Vitesse du son ramenée à 0° et en air calme.
1896 26 juin..	30°	−1^m	749	1	348,3	330,6
» 6 juill..	29	−1	750	5	348,2	331,1
» 7 juill..	33	−1	745	1	351,0	331,4
» 26 oct...	12	0	741	4	338,4	330,9
» 28 oct...	7	0	737	3	335,2	330,6
Vitesse moyenne du son à 0° et en air calme.				14 expériences.		330,9

» *Résumé.* — En résumé, nous avons obtenu, pour la vitesse du son à 0° et en air calme, $330^m,6$ par la première méthode et $330^m,9$ par la seconde, ce qui, étant donné que nous pouvons, sans erreur appréciable, attribuer à ces deux résultats un poids semblable, nous donne, comme valeur moyenne de la vitesse du son résultant des expériences, $330^m,7$. »

ACOUSTIQUE. — *Sur les sons des cordes*. Note de M. A. GUILLEMIN, présentée par M. J. Violle.

« En cherchant à répéter les expériences classiques sur l'effet d'un contact léger en un point d'une corde vibrante, je suis arrivé au résultat suivant, qui est d'ailleurs une conséquence immédiate de la théorie établie dans mon livre *La Voix et le Timbre* :

» Étant donnée une courbe de longueur 1 rendant le son $ut_1 = 1$, quelle que soit la façon dont elle a été ébranlée, si, immédiatement après l'avoir mise en mouvement, on la touche légèrement en un point quelconque avec le doigt ou un pinceau de crin, ou si on la fixe brutalement avec un chevalet de façon à partager ladite corde en deux segments a et $1-a$, toujours on entend les deux sons $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{1-a}$ que donnerait chacun des segments vibrant seul.

» Ces deux sons partiels ont en général une durée très courte, quelle que soit l'énergie de l'ébranlement initial.

» Ma théorie fournit une explication très simple de ce fait. En effet, le son engendré par la vibration d'une corde n'est point le son de la corde,

qui est insensible, mais le son produit par les chocs rythmés que, par l'entremise des pieds des chevalets, la corde assène en vibrant sur la table d'harmonie. Or, quand on pose un chevalet intermédiaire de façon à couper la corde vibrante en deux segments a et $1 - a$, on ne fixe qu'un point unique de la corde, tandis que les autres points continuent à se mouvoir en vertu du mouvement de translation qu'ils possèdent. Il s'ensuit que chaque segment acquiert la période de vibration qui correspond à sa longueur et imprime au chevalet commun les petits déplacements dont le rythme est réglé par son mouvement vibratoire propre. Or, ces déplacements sont en général discordants; ils se contrarient et amènent vite l'immobilité des segments excitateurs.

» C'est seulement dans certains cas, faciles à prévoir, que les petits déplacements du chevalet seront concordants : les sons partiels se prolongeront alors quelque temps.

» Prenons, par exemple, le cas d'une corde pincée en son milieu.

» 1° Le chevalet fixe le milieu de la corde. Traçons les lignes brisées qui représentent les petits déplacements du chevalet ([1]) dus à l'action de chacun des segments et nous verrons tout de suite que les vibrations de chaque moitié sont absolument concordantes; aussi les deux sons $ut_2 = 2$ s'entendent-ils parfaitement.

» 2° Le chevalet est placé au quart. Les deux sons partiels sont alors $\frac{4}{3} = fa_1$ et $\frac{4}{1} = ut_3$. Si nous traçons encore les lignes brisées représentatives des petits déplacements que subirait le chevalet s'il n'était ébranlé, premièrement que par le segment $\frac{1}{4}$ de la corde, deuxièmement que par le segment $\frac{3}{4}$, nous verrons que les abaissements et les relèvements de la deuxième ligne coïncident tous avec des abaissements et des relèvements de la première, de façon à s'ajouter arithmétiquement. Aussi les sons fa_1 et ut_3 s'entendent-ils très nettement.

» 3° Il y aurait de même concordance si le chevalet immobilisait les points situés exactement au sixième, au huitième, etc., c'est-à-dire dans des cas plutôt théoriques que pratiques.

» Nous devons ajouter que, même dans ces cas, s'il est toujours vrai que les abaissements coïncident, il est extrêmement rare que les relèvements se fassent aux temps indiqués; par suite, leurs coïncidences n'existent presque jamais et les sons partiels s'éteignent presque toujours vite.

([1]) Voir Helmholtz, *Théorie physiologique de la Musique*, traduction Guéroult, *fig.* 19, p. 75.

» Lorsque la corde est pincée au tiers, la discussion des cas particuliers est un peu plus compliquée, mais elle conduit toujours à des résultats d'accord avec l'expérience. En particulier, lorsqu'on fixe le point pincé, qui est situé au $\frac{1}{3}$, les deux segments, loin de se taire, comme l'affirme Helmholtz, disent nettement sol_2 et sol_1.

» Ainsi, par la fixation d'un point convenable d'une corde vibrante, on obtient tel son partiel que l'on veut; on ne saurait évidemment en conclure l'existence préalable de ce son partiel dans le son primitif de la corde. »

CHIMIE. — *Sur le poids atomique du tellure, en relation avec les proportions multiples des poids atomiques des autres corps simples.* Note de M. H. **Wilde**.

« La détermination récente du poids atomique du tellure, par M. R. Metzner (*Comptes rendus,* 13 juin 1898), me fournit l'occasion d'attirer encore une fois l'attention des savants sur la condition anomale actuelle de la Chimie théorique et sur les obstacles qu'elle rencontre dans la voie de son progrès futur.

» Les expériences faites par M. Metzner donnent pour le tellure un poids atomique égal à 127,9 comme la moyenne de la première série et 128,01 pour la seconde série. Ces résultats indiquent une plus grande approximation au nombre théorique 128 adopté par Dumas et autres chimistes, qu'aucun de ceux précédemment mentionnés.

» Le Mémoire classique de Dumas ([1]) sur les équivalents des corps simples contenait toute notre connaissance réelle des relations numériques parmi les poids atomiques jusqu'à la publication de mon propre Mémoire sur l'origine des substances élémentaires ([2]), dans lequel les triades et autres multiples relations des poids atomiques révélées par l'illustre Dumas ont été grandement étendues. J'ai aussi trouvé que la différence numérique commune, entre les poids atomiques de la série oxygénée et les métaux des terres alcalines, observée par Dumas est exactement parallèle avec une différence commune dans les poids atomiques des halogènes et métaux alcalins, différence de la moitié de la quantité indiquée dans la série de l'oxygène et des métaux de terres alcalines. Cette nouvelle relation n'est devenue manifeste qu'après l'Ouvrage de Dumas, je veux dire par la dé-

([1]) *Comptes rendus,* t. XLV, p. 709; t. XLVI, p. 951; t. XLVII, p. 1026.

([2]) *Manchester Memoirs;* 1878, 1886 et 1894.

couverte du rubidium et du cœsium, et par l'adoption des poids atomiques de Cannizzaro.

» Le parallélisme absolu des séries positives et négatives des éléments H*n* et H2*n*, tel qu'on peut le voir par ma Table (*Comptes rendus*, 8 novembre 1897), dans leurs relations numériques, chimiques et physiques, ne laisse pas de doute, que, pour ces quatre séries naturelles et les mieux connues, les proportions multiples de leurs poids atomiques ne représentent la vérité de la nature. Les petites différences que l'on peut observer entre les poids expérimentaux et quelques-uns des poids atomiques théoriques, si on les répartit entre les vingt-quatre nombres composant les quatre séries, ne s'élèvent qu'à 0,0046 des déterminations réelles.

» Les poids atomiques concordent, par conséquent, d'une façon beaucoup plus étroite avec les résultats expérimentaux que la loi fondamentale des chaleurs atomiques, formulée par Dulong et Petit pour ces mêmes séries. Personne ne révoque en doute l'exactitude générale de cette loi, parce qu'elle ne trouve pas son application pour le charbon, le bore et le silicium, ou pour les quantités fractionnaires, dans le nombre total de séléments. La loi de Dalton sur la combinaison chimique dans des proportions définies et multiples a été basée sur des approximations différant pour les principaux éléments de plus de 30 pour 100, d'après les dernières déterminations ([1]), et, par suite de l'adoption des poids atomiques de Canizzaro, ces différences se sont grandement accrues.

» J'appuierai également fortement sur ce fait, jusqu'à présent ignoré par les chimistes : comme les poids atomiques des deux séries positives d'éléments, H*n* et H 2*n* sont les produits des grands nombres multiples 16, 23 et 24 respectivement, et comme ces poids atomiques sont en relation réciproque, par les différences communes 4 et 8, avec les grands nombres multiples 46 et 48 des deux séries négatives d'éléments, il résulte de ces rapprochements que les proportions multiples exactes subsistant parmi ces poids atomiques plus élevés ont une valeur beaucoup plus grande pour déterminer s'ils sont des nombres entiers d'hydrogène, que lorsque tous les équivalents étaient comparés directement avec l'unité ou la demi-unité d'hydrogène, par Stas et les chimistes plus anciens.

» J'ai maintenant l'honneur d'apporter devant l'Académie un nouvel argument en faveur des proportions multiples exactes des poids atomiques, lequel, en même temps qu'il sera utile aux étudiants passionnés pour les Sciences naturelles, sera un obstacle permanent aux prétentions de ces

---

([1]) *Dalton's new system of chemical Philosophy*, vol. II, p. 352; 1827.

chimistes qui exposent leurs approximations dressées péniblement, entre les poids atomiques, comme étant la vérité absolue de la nature et la limite du pouvoir des futurs investigateurs.

» Dans le Mémoire auquel je me réfère, Dumas formulait la proposition que, « dans trois corps simples de la même famille naturelle, l'équivalent » du corps intermédiaire est toujours la moitié de la somme des équiva- » lents des deux corps extrêmes ». Cette proposition, ainsi qu'on s'en convaincra, est l'expression rigoureuse des proportions multiples exactes et définies des poids atomiques.

» Le premier exemple de cette loi, donné par Dumas, est la triade du soufre, du sélénium et du tellure, avec les anciens équivalents 16, 40, 64, égaux à 32, 80, 128 des poids atomiques de Cannizzaro. Maintenant, dans la Géométrie de l'espace, nous avons une triade de proportions numériques semblables à celles qui ont été trouvées entre les poids atomiques, puisque un cône, une sphère et un cylindre d'égal diamètre et d'égale hauteur ont les rapports 1, 2, 3, respectivement, le corps intermédiaire étant la moitié de la somme des deux corps extrêmes, comme dans la triade du soufre, du sélénium et du tellure. L'attitude mentale de ces chimistes qui font de leurs déterminations des poids atomiques la vérité absolue de la nature, pourrait être exactement comparée à celle d'un artiste ingénieux qui essayerait de démontrer par des moyens mécaniques les rapports du cône, de la sphère et du cylindre, mais qui, s'étant aperçu, après un long espace de temps et beaucoup de travail, que les rapports exacts de poids et de mesure ne pouvaient pas être obtenus, à cause de l'inégale densité des matériaux sur lesquels il aurait opéré, ou pour d'autres motifs, mettrait le résultat de ses travaux au-dessus des démonstrations du géomètre et déclarerait, dans le langage hyperbolique employé par Stas au sujet des proportions multiples des poids atomiques, tels qu'ils ont été modifiés par Dumas, que les rapports exacts du cône, de la sphère et du cylindre sont « une simple illusion, et une hypothèse pure, en contradiction absolue » avec l'expérience » ([1]).

» Si l'on applique les raisonnements qui précèdent aux déterminations du poids atomique du tellure par M. Metzner, et si l'on admet l'exactitude de la valeur théorique de 128, on verra que M. Metzner, en prenant la moyenne des résultats de sa première série d'expériences sur le sulfate, et en adoptant le poids atomique final de 127,9, s'est à peine rendu jus-

([1]) *Bull. Acad. Sc. Belgique*, t. X, p. 212; 1860.

tice, car la seconde série avec l'acide tellurique donne un poids atomique moyen de 128,01. De plus, sur les sept déterminations faites par M. Metzner, trois donnent le poids atomique théorique réel de 128, ce qui est le critérium des résultats expérimentaux. »

CHIMIE. — *Sur les positions du tellure et de l'iode, dans les systèmes périodiques des éléments.* Note de M. H. WILDE.

« Les expériences de M. Metzner sur le poids atomique du tellure (*Comptes rendus*, 13 juin 1898), montrent une valeur égale à 128 en confirmation de celle adoptée par Dumas et d'autres chimistes; par là même, ils viennent à propos en ce moment, comme apportant une preuve décisive de la validité ou de la non-validité des systèmes périodiques des poids atomiques, dont la prétention est encore maintenue par quelques chimistes éminents.

» Les lois générales des chaleurs atomiques et les proportions multiples des poids atomiques, fondées comme elles le sont, d'après la méthode inductive d'observation, un certain nombre de cas séparés, ne sont pas affectées par un petit nombre d'apparentes exceptions; mais des systèmes périodiques, ayant leur origine dans la notion arbitraire d'une chaîne continue des éléments dans l'ordre de leurs poids atomiques, le manque d'un seul anneau est fatal à la validité de ces classifications.

» Dans la Table des éléments de Mendéléeff (*Comptes rendus*, t. LXXXI, p. 969), les exigences du système périodique exigent que le tellure ait un poids atomique inférieur à celui de l'iode, 127; l'éminent chimiste russe a, par conséquent, assigné au tellure une valeur égale à 125, bien que le poids atomique de cet élément ait été démontré, à plusieurs reprises différentes, être 128. Cette valeur exige la transposition de l'iode et du tellure dans sa Table, ce qui rangerait l'iode dans la famille du soufre et du tellure, et ce dernier élément dans la famille du chlore et du brome, ce qui est absurde. Il n'y a par conséquent aucune position dans le système périodique, pour le tellure et l'iode, qui soit conforme à une classification naturelle des corps simples.

» Plusieurs chimistes, désireux de partager la popularité des auteurs des systèmes périodiques, ont modifié ces systèmes conformément à leur idiosyncrasie particulière et dans le but de vaincre les difficultés qu'il y avait à trouver des places pour l'argon, l'hélium et autres éléments récemment découverts. Le dernier de ces essais a été fait par sir W. Crookes

(*Procès-verbaux de la Société royale*, 9 juin 1898), qui revendique pour sa modification en double spirale une plus grande symétrie que celle obtenue par Mendéléeff et dirige une attention particulière sur les triades Cl, Br, I, et S, Se, Te, comme preuve de ce qu'il avance. On remarquera cependant que, tandis que sir W. Crookes a généralement suivi l'arrangement de Mendéléeff, et particulièrement en plaçant le tellure avant l'iode, il a rendu le système périodique plus absurde en séparant le fluor du chlore et en plaçant cet élément éminemment actif à la tête de la famille des métaux du platine. La même anomalie se montre encore dans la séparation de l'oxygène du soufre et dans la substitution de l'hydrogène au fluor, dans la famille du chlore et du brome.

» Enfin, les auteurs des systèmes périodiques sont convaincus d'avoir interpolé dans leurs Tableaux respectifs, sciemment ou inconsciemment, l'arrangement naturel de Dumas des corps simples en familles et d'avoir présenté ces interpolations pour prouver la vérité de leurs prétendus systèmes périodiques.

» Des chimistes, dans l'enthousiasme de leur juste appréciation pour le travail de Mendéléeff lors de sa prédiction de l'existence du gallium, du scandium et du germanium, ont négligé de s'enquérir des méthodes à l'aide desquelles les Tables de systèmes périodiques ont été dressées par leurs auteurs respectifs. Un examen de ces Tables montrera : 1° que les prédictions de Mendéléeff ne sont pas basées sur le prétendu système périodique, mais bien sur les classifications et le travail de Dumas ; ainsi qu'on peut le voir par ma Table d'éléments disposée avec leur poids atomique dans des proportions multiples, laquelle indique également les places et les propriétés des mêmes éléments prédits par Mendéléeff; 2° que lorsque l'ordre par série des poids atomiques est exactement suivi, l'idée d'avoir recours aux propriétés des fonctions périodiques n'a absolument aucun fondement naturel (¹).

» J'ai indiqué ailleurs d'autres contradictions qu'entraîne l'idée illusoire de périodicité des propriétés chimiques des éléments (²). Dans la Table de Mendéléeff, le bore est placé à la tête des séries de l'aluminium et

---

(¹) M. Berthelot a également montré que les prédictions de Mendéléeff ne sont pas une conséquence des séries périodiques, mais bien de l'arrangement des éléments en familles, dans lesquelles, par comparaison, certains termes manquent (*Les Origines de l'Alchimie*, p. 302-315; 1885).

(²) *Manchester Memoirs*, vol. 9; 1894. — *Phil. Mag.*, vol. 40; 1885.

du gallium, tandis que M. Étard [1] et d'autres ont montré que cet élément appartient, en réalité, au groupe du phosphore et du vanadium. La position du bore à la tête de ce groupe déplace l'azote qui, comme le tellure et l'iode, ne trouve pas de place dans le système périodique. Les places qu'occupent l'or, le mercure, le plomb et d'autres éléments dans la Table périodique sont également anormales; même dans le troisième groupe historique de la Table de Mendéléeff, la place et les poids atomiques du scandium, du gallium, de l'indium et d'autres membres de ce groupe sont encore susceptibles de revision. J'ai montré que les proportions multiples des poids atomiques de ce groupe (H 2 n) sont semblables à celles des séries H n et H 2 n et concordent avec les valeurs généralement acceptées ou bien avec un multiple ou un sous-multiple des mêmes. Il s'ensuit qu'il est beaucoup plus probable que les poids atomiques du scandium, 42, et du gallium, 96, dans ma Table soient exacts, que les valeurs évaluées 44 et 68 respectivement, adoptées par Mendéléeff.

» La simplicité des réactions spectrales du scandium, du gallium, de l'indium et du thallium, à des températures inférieures à celles de l'étincelle électrique condensée, montre que ces éléments ont des positions homologues avec les métaux alcalins et les métaux de terre alcaline dans les séries H n et H 2 n, tandis que Mendéléeff a placé le gallium et ses congénères dans des positions homologues avec le cuivre, l'argent et l'or; le zinc, le cadmium et le mercure. Il a également fait du scandium l'analogue de l'yttrium, du didyme et de l'erbium, tandis que les propriétés spectrales et autres de cet élément montrent qu'il appartient à la famille alterne du gallium, de l'indium et du thallium.

» La quantivalence et les poids atomiques de cette série d'éléments sont d'intéressants sujets d'investigation et méritent la plus grande attention de la part des chimistes. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'amalgame de calcium* [2]. Note de M. J. Ferée.

« Dans son Mémoire sur les amalgames des métaux alcalino-terreux, M. Maquenne [3] a montré que l'amalgame de calcium est très difficile à

---

(1) *Comptes rendus*, t. XLI, p. 931; 1880.
(2) Travail fait à l'Institut chimique de Nancy, laboratoire de M. Güntz.
(3) *Bull. de la Soc. chim. de Paris*, p. 366; 1892.

obtenir par électrolyse aqueuse de son chlorure et qu'il est presque impossible de le conserver à cause de sa grande oxydabilité. Par distillation dans le vide et en partant de près d'un kilogramme d'un pareil produit, M. Maquenne n'a pu isoler que quelques centigrammes d'amalgame riche. Sur les conseils de M. Güntz, j'ai repris depuis longtemps l'étude de cet amalgame ([1]).

» L'électrolyse a été faite en se servant, pour préserver autant que possible l'amalgame formé de l'action du chlore, d'un vase poreux de pile comme diaphragme; on évite l'élévation de température en refroidissant les liquides par un courant d'eau froide circulant dans deux serpentins en verre.

» La solution électrolysée renfermait des poids égaux d'eau et de chlorure de calcium cristallisé.

» Pour obtenir le meilleur rendement, il est bon de remplacer toutes les heures la solution calcique et l'amalgame formé.

» Dans ces conditions, avec un courant d'une densité de $2^{amp},5$ par centimètre carré d'électrode mercurielle, on obtient facilement une grande quantité d'amalgame liquide plus riche que celui qui a été préparé par M. Maquenne.

» Cet amalgame liquide se recouvre à l'air d'une couche noirâtre; il est tellement altérable que, si l'on essaie de le filtrer dans une peau de chamois, il ne reste qu'un produit complètement oxydé et l'on sent à la main un dégagement de chaleur considérable.

» Pour concentrer l'amalgame liquide, on l'introduit dans une cornue de verre à laquelle est soudé un ballon rectificateur et l'on fait le vide par le tube latéral, qui est ensuite fermé à la lampe. En chauffant la cornue sur un bain de sable, le mercure distille ainsi à l'abri de l'air et sous une pression de 12^{mm} environ.

» 1000^{gr} d'amalgame liquide donnent 12^{gr} d'amalgame solide, répondant à la formule Ca^3Hg^4, comme le montrent les analyses.

» Le calcium a été dosé en faisant bouillir, au réfrigérant ascendant, un poids déterminé d'amalgame avec un volume connu d'acide sulfurique titré, dont la perte de titre permet de calculer la quantité de métal alcalino-terreux.

» L'amalgame de calcium solide est poreux et d'un gris blanchâtre; il s'oxyde très vite à l'air et décompose l'eau rapidement. Pour le conserver, il suffit d'étirer à la lampe le col de la cornue dans laquelle la distillation a été faite.

» Porté à une température plus élevée, dans un courant d'hydrogène, l'amalgame perd de nouveau du mercure; mais il en retient encore au

([1]) *Bull. de la Soc. chim. de Paris*, p. 583; 1897.

rouge. Dans ces conditions, il ne se forme sensiblement pas d'hydrure de calcium.

» Si l'on fait au contraire la calcination dans un courant d'azote, il se produit un azoture de calcium auquel, par analogie avec ceux de baryum et de strontium, M. Maquenne avait attribué la formule Az^2Ca^3. M. Moissan en a fait depuis l'étude.

» J'ai vérifié, par l'analyse de deux échantillons provenant de préparations différentes, que la composition de cet azoture répond bien à la formule Az^2Ca^3. J'ai analysé ce produit en le transformant, par addition d'acide sulfurique étendu, en sulfate de calcium et en sulfate d'ammonium. Du poids de sulfate de calcium on déduit facilement celui du calcium. Mais, pour éviter toute perte d'ammoniaque, il est nécessaire de prendre quelques précautions; car l'azoture de calcium devient incandescent quand on l'arrose de quelques gouttes d'acide chlorhydrique ou d'acide sulfurique même très étendu.

» Voici comment j'ai opéré :

» Dans une petite cloche surmontée d'un tube en T et placée dans un verre de Bohême, arrive, par l'une des branches, de l'hydrogène pur; l'autre branche reste d'abord fermée. On introduit sous la cloche un petit tube à essai contenant un poids connu d'azoture et l'on verse dans le verre une certaine quantité d'acide sulfurique étendu. Lorsque tout l'air est expulsé par le courant d'hydrogène, on ouvre doucement la seconde branche. La liqueur acide monte dans la cloche et décompose l'azoture. Le tube en T est refermé dès que l'attaque est commencée; toute perte d'ammoniaque est ainsi rendue impossible.

» Du poids d'ammoniaque dégagé lorsque l'on chauffe, avec de la soude, dans l'appareil de Schlœsing, le sulfate d'ammonium formé précédemment, on déduit la quantité d'azote combinée au calcium.

» L'azoture de calcium se décompose rapidement à l'air humide en dégageant de l'ammoniaque; il présente un aspect grisâtre. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action des sulfates métalliques sur le paratungstate de potassium* (¹). Note de M. **L.-A. Hallopeau**, présentée par M. Troost.

« Dans un travail sur les tungstates acides, von Knorre décrit plusieurs paratungstates doubles, obtenus en faisant réagir par voie humide quelques

(¹) Travail fait au laboratoire de Chimie générale de la Sorbonne.

sulfates métalliques sur le paratungstate de sodium. J'ai constaté que les sulfates métalliques peuvent réagir d'une façon analogue sur le paratungstate de potassium, mais l'étude des produits de la réaction est beaucoup plus difficile que dans le cas du sel de sodium, à cause de la moindre solubilité du paratungstate de potassium. Il m'a pourtant été possible d'obtenir nettement par cette méthode les paratungstates doubles suivants :

» *Paratungstate de potassium et de magnésium.* — Cette combinaison se prépare en mélangeant deux solutions renfermant des poids moléculaires égaux de paratungstate de potassium et de sulfate de magnésium. Par concentration le sel double se dépose. Il est presque complètement insoluble dans l'eau froide ; mais on peut le redissoudre dans l'eau chaude, ce qui permet de le purifier par une nouvelle cristallisation. D'après deux analyses, le produit ainsi obtenu répond à la formule

$$12\,TuO^3, 5\left(\tfrac{2}{3}K^2O + \tfrac{1}{3}MgO\right) + 24\,H^2O.$$

» Ce sont des cristaux qui au microscope ont l'aspect de prismes affectant parfois la forme de tables hexagonales ; ils agissent énergiquement sur la lumière polarisée et présentent des extinctions parallèles à la direction des axes. Ils perdent 17 molécules d'eau à 100°, soit 8,40 pour 100 (théorie : 8,50).

» *Paratungstate de potassium et de manganèse.* — En mélangeant deux solutions renfermant des poids moléculaires égaux de paratungstate de potassium et de sulfate de manganèse, on obtient immédiatement la formation d'un précipité blanc jaunâtre, en cristaux microscopiques complètement insolubles dans l'eau. Après un lavage prolongé à l'eau chaude, l'analyse montre que ce sel répond à la formule

$$12\,TuO^3, 3\,K^2O, 2\,MnO + 16\,H^2O.$$

» Ce sont des prismes rhomboïdaux incolores, présentant des modifications sur les arêtes, très réfringents, et agissant énergiquement sur la lumière polarisée. Ils perdent 10 molécules d'eau à 100°, soit 5,21 pour 100 (théorie : 5,15).

» Il se forme également une combinaison légèrement soluble dans l'eau lorsqu'on verse une solution de sulfate de zinc dans une solution de paratungstate de potassium ; mais les cristaux de ce sel double sont toujours mélangés avec du paratungstate de potassium, qui cristallise en même temps.

» Par l'action du sulfate de cadmium sur le paratungstate de potassium, c'est un précipité amorphe et insoluble qui prend naissance. Il en est de même avec la plupart des autres sulfates métalliques ; mais ces sels doubles insolubles sont souvent mélangés d'acide tungstique, surtout lorsque la solution du sulfate est acide. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les amines et les amides dérivés des aldéhydes.* Note de M. **Marcel Delépine.**

« Dans une série de Notes ([1]) que l'Académie m'a fait l'honneur d'accepter, j'ai étudié au point de vue thermochimique un certain nombre de combinaisons engendrées par la réaction des aldéhydes sur l'ammoniaque ou certaines amines. Les combinaisons des aldéhydes formique, acétique, benzoïque, anisique, pyromucique et cinnamique avec l'ammoniaque, la combinaison de l'aldéhyde acétique avec l'aniline (quinaldine et son hydrure), les bases quinoléiques et pyridiques, ont été ainsi examinées successivement : cet ensemble comprend les principaux types de composés résultant de la réaction :

$$n\,\text{aldéhyde} + m\,\frac{\text{ammoniaque}}{\text{ou amine}} = \text{nouveau corps} + p\,H^2O.$$

» Je demande aujourd'hui la permission de rassembler les données obtenues, afin de faire ressortir les résultats généraux que, dès à présent, l'on en peut déduire.

» C'était un fait connu auparavant que certaines de ces combinaisons, telles que l'hexaméthylène-amine, l'aldéhydate d'ammoniaque, les hydramides aromatiques constituaient en quelque sorte des amides, c'est-à-dire des corps que les acides détruisent facilement en leurs générateurs, alors que les bases isomériques des hydramides (glyoxalidines), ainsi que les bases quinoléiques et pyridiques, constituaient des unités chimiques indédoublables. Un problème intéressant se posait : les données thermochimiques permettraient-elles de tracer une ligne de démarcation entre les deux ordres de composés?

» Voici les résultats qui répondent à cette question :

» I. La réaction des aldéhydes liquides sur 1 AzH^3 diss., pour donner la combinaison solide, dégage moins de $13^{Cal},7$ pour les aldéhydes benzoïque, anisique, pyromucique et acétique, de sorte qu'un acide dissous, tel que HCl, qui dégage $13^{Cal},7$ en s'unissant avec AzH^3 diss., pourra décomposer les combinaisons formées en régénérant l'aldéhyde liquide et du sel ammo-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CXXIII, p. 650, 888; t. CXXIV, p. 817; t. CXXV, p. 178, 951; t. CXXVI, p. 343, 648, 964, 1033 et 1794.

niac : cela a lieu sans exception. L'aldéhyde formique dissous décompose également ces combinaisons.

» II. La même réaction, à partir des aldéhydes aromatiques et de AzH^3 diss., pour former, non les hydramides, mais les glyoxalidines isomères (amarine, anisine, furfurine), donne une valeur $> 17^{Cal}$, laquelle exclut la possibilité de la décomposition des bases engendrées. De plus, l'étude des sels de furfurine a montré que cette propriété doit subsister même en présence des acides très concentrés. Enfin, l'étude thermochimique de l'hydrocinnamide, jusque-là placé dans le groupe des hydramides, m'a permis de le ranger dans celui des glyoxalidines et d'apporter des faits nouveaux à l'appui de cette opinion.

» C'est ici le lieu de rapporter une expérience intéressante, en ce qu'elle vient confirmer les déductions thermochimiques antérieurement faites. J'ai indiqué que la réaction

$$\underbrace{C^{15}H^{12}Az^2O^3,\ HCl}_{\text{Chlorhydrate de furfurine.}}\ \text{sol.} + HCl \text{ dans } 3H^2O = 3\underbrace{C^5H^4O^2}_{\text{Furfurol.}}\ \text{liq.} + 2AzH^4Cl\ \text{sol.}$$

absorberait $8^{Cal},5$. Il était naturel de se demander si la réaction inverse ne serait pas possible : à cet effet, je me suis adressé non pas au furfurol, corps relativement instable, mais à l'aldéhyde benzoïque. Conformément aux prévisions théoriques, cet aldéhyde, chauffé vers 180°-185°, avec du chlorhydrate d'ammoniaque finement pulvérisé, donne naissance à du gaz chlorhydrique, à de la vapeur d'eau et à du chlorhydrate d'amarine. C'est une confirmation extrêmement remarquable des données thermiques, conduisant à cette intéressante expérience du déplacement d'un acide fort par un aldéhyde.

» III. Pour les bases quinoléiques et pyridiques, il suffira de rappeler que l'élimination de l'eau entre la fonction aldéhyde et la fonction azotée dégage 15^{Cal}, 30^{Cal}, 40^{Cal}. En général, la nouvelle base possède une basicité voisine de celle de l'amine génératrice, de sorte que ces dégagements de chaleur subsistent à peine modifiés, que la réaction ait lieu en milieu neutre ou acide, avec formation de sels solides ou dissous. Il en résulte qu'on ne saurait détruire ces corps par hydratation et c'est certainement là qu'il faut reconnaître la cause de leur stabilité.

» IV. L'hexaméthylène-amine mérite un examen spécial. On a

$$6CH^2O \text{ diss. (ou sol.)} + 4AzH^3 \text{ diss.} \\ = C^6H^{12}Az^4 \text{ diss.} + 6H^2O \text{ liq.} + 4 \times 16^{Cal},6.$$

Cette substance, traitée par un acide dissous, pour régénérer l'aldéhyde

dissous, tient ainsi le milieu entre un hydramide et une glyoxalidine. En fait, comme ces dernières elle donne des sels, et comme les premiers elle est détruite par les acides, si l'on en augmente la dose ou la concentration ; mais tandis que les hydramides sont décomposés sans équilibre, l'hexaméthylène-amine donne lieu à des réactions limitées, car l'aldéhyde formique décompose les sels ammoniacaux, fait que j'avais déjà signalé (*Bull. Soc. chim.*, t. XIII, p. 163) et sur lequel MM. Cambier et Brochet (même *Bull.*, t. XIII, p. 392) ont aussi appelé l'attention.

» Je me suis proposé d'isoler la base qui prend ainsi naissance et, dans ce but, j'ai opposé, à une solution de CH^2O à 30 pour 100, des sels ammoniacaux accompagnés d'une substance capable de s'unir à cette base pour former des combinaisons peu solubles. Les systèmes dissous suivants :

1° $6CH^2O + 4AzH^4Cl + I^n$ dans KI;

2° $6CH^2O + (4AzH^4I + I^4 = 1^{lit})$;

3° 6 à $16CH^2O + (4AzH^4I + HgI^2 = 1^{lit})$;

4° $6CH^2O + (4AzH^4Cl + HgCl^2 = 1^{lit})$

ont ainsi donné naissance aux composés :

1° et 2° $C^6H^{12}Az^4.CH^2O$, HI, $I^{3\text{ ou }5}$ (suivant la dose de I présent);

3° $5(C^6H^{12}Az^4.CH^2O)$, 6HI, $4HgI^2$ (crist. fus. à 154°);

4° $2(C^6H^{12}Az^4.CH^2O)$, 2HCl, $3HgCl^2$ (crist. lamellaires fus. à 145°).

» Dans tous les cas, il s'est déposé des cristaux homogènes, dont la masse augmentait pendant deux jours environ. En particulier, les expériences 3° (où j'ai varié la concentration des éléments réagissants et aussi fait intervenir des doses variables d'acide iodhydrique) m'ont permis d'établir qu'il y a équilibre avec antagonisme entre l'acide et l'aldéhyde. Le point remarquable est que, dans chaque cas, le rapport $\frac{C}{Az} = \frac{7}{4}$, ce qui revient à dire que l'hexaméthylène-amine formée entraîne avec elle une molécule de l'aldéhyde en excès. Inversement, si, à un système $C^6H^{12}Az^4 + 4HCl$, on ajoute $I^n + KI$, on obtient la même dose de sel ioduré $C^6H^{12}Az^4.CH^2O$, HI, I^n la, concentration étant la même qu'en 1°; l'état final est le même que l'on parte de $6CH^2O + 4AzH^4Cl$ ou de $C^6H^{12}Az^4 + 4HCl$.

» *A priori*, l'aldéhyde formique devrait déplacer complètement HCl dans AzH^4Cl, puique $16^{Cal},6$ est plus grand que $13^{Cal},7$; mais il est probable qu'il faut ici mettre en ligne de compte la facile dissociation de l'hexaméthylène-amine en $6CH^2O + 4AzH^3$, laquelle est très manifeste à 100°.

» Cet ensemble de recherches thermochimiques fait apparaître les ca-

ractères spéciaux des combinaisons étudiées et nous montre le secours précieux qu'apportent les données calorimétriques pour l'interprétation de leurs réactions. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les changements de composition qu'éprouvent les graines oléagineuses au cours de la germination.* Note de M. **L. Maquenne.**

« La destruction des corps gras et l'apparition simultanée des sucres, sur lesquelles M. Bouchard vient d'appeler de nouveau l'attention dans son remarquable travail sur les variations de poids des animaux que l'on alimente avec de la graisse, s'observent, comme on le sait, pendant la germination des graines oléagineuses et, par conséquent, paraissent être un phénomène d'ordre général en Physiologie.

» Malgré son importance, ce double phénomène n'a encore reçu aucune interprétation démonstrative, au point de vue chimique, et, ainsi que l'a fait justement remarquer M. Berthelot ([1]), toutes les formules, en nombre illimité, que l'on peut écrire à ce sujet, ne sont que des relations empiriques, incapables de résoudre le problème expérimental de Chimie pure qu'elles soulèvent.

» La première question qui se pose à l'esprit est de savoir si la glycérine fournie par le dédoublement des graisses est susceptible, à elle seule, de donner naissance aux hydrates de carbone qui apparaissent : on sait, en effet, ainsi que M. Berthelot l'a reconnu dès 1857, que cette substance peut se changer en sucre dans certaines conditions.

» On peut se demander ensuite si le carbone des acides gras entre en jeu en même temps que celui de la glycérine et, au cas de l'affirmative, s'il n'y aurait pas lieu d'établir alors une distinction entre les acides saturés de la série acétique et les acides incomplets de la série acrylique, qui sont inégalement stables.

» C'est en vue d'élucider cette intéressante question que j'ai entrepris, cet été, une série de recherches sur la germination de deux graines oléagineuses de nature chimique très différente : l'arachide, qui est riche en acide *arachidique* saturé $C^{20}H^{40}O^2$, et le ricin, qui renferme surtout de l'acide *ricinoléique* $C^{18}H^{34}O^3$, acide-alcool incomplet dont la constitution est au-

---

([1]) *Comptes rendus,* t. CXXVII, p. 491.

jourd'hui bien connue, grâce aux travaux de Krafft [1] et de Goldsobel [2].

» Les graines étaient mises à germer dans des pots en porcelaine remplis de sable humide, à l'intérieur d'une étuve obscure que l'on maintenait à 20°-25°. Les jeunes plants étaient ensuite séparés avec soin du sable, séchés à 110° et analysés.

» Le Tableau suivant renferme tous nos résultats, calculés par rapport à 100 parties de graines normales, supposées sèches.

» Les matières saccharifiables sont évaluées en saccharose; on les a dosées par la liqueur de Fehling, après hydrolyse avec un excès d'acide sulfurique au vingtième, et l'on s'est assuré, par un essai à la phénylhydrazine, que le sucre qu'elles fournissent est principalement formé de glucose, associé peut-être à du lévulose.

» Nous désignons sous le nom de *cellulose* le produit qui reste, après épuisement à l'éther de pétrole, à l'acide sulfurique étendu et à la potasse au dixième; c'est un mélange de cellulose proprement dite et de divers corps insolubles, plus riches en carbone et moins riches en hydrogène que celle-ci, peut-être même encore azotés.

Durée de la germination.	Huile.	Matières saccharifiables.	Cellulose et principes insolubles.	Matières azotées calculées en albuminoïdes.	Cendres [3].	Matière inconnue.	Total.
			1° *Arachide.*				
Origine	51,39	11,55	2,51	24,83	2,78	6,94	100,00
6 jours	49,81	8,35	3,46	23,40	2,80	8,70	96,52
10 »	36,19	11,09	5,01	23,96	3,01	15,48	94,74
12 »	29,00	12,52	5,22	25,20	3,27	19,38	94,59
18 »	20,45	12,34	7,29	24,31	4,09	21,44	89,92
28 »	12,16	9,46	9,48	24,87	4,70	22,26	82,93
			2° *Ricin.*				
Origine	51,40	3,46	16,74	18,36	2,65	7,39	100,00
6 jours	33,71	11,35	15,48	18,71	3,01	16,04	98,30
10 »	5,74	24,14	11,98	18,32	4,08	29,20	93,46
12 »	6,48	19,51	15,11	16,69	3,21	30,24	91,24
18 »	3,08	8,35	17,68	17,50	3,83	21,92	72,36

(1) *Ber. der deutsch. chem. Gesellsch.*, t. XXI, p. 2730.

(2) *Ibid.*, t. XXVII, p. 3121.

(3) L'accroissement du poids des cendres tient à ce que les plantes étaient arrosées avec de l'eau ordinaire.

» Dans le calcul des matières azotées, on n'a pas tenu compte de leur transformation en asparagine et autres corps amidés; les chiffres qui se rapportent à ces substances signifient seulement que la dose d'azote contenue dans les graines est restée à peu près invariable.

» Comparons maintenant la perte en huile des graines au gain en hydrates de carbone des jeunes plants : l'accroissement de ces derniers principes, y compris la cellulose, les produits congénères et autres matières insolubles, s'élève à $\frac{5,6}{100}$ dans le cas de l'arachide et à $\frac{16}{100}$, au moment du maximum, dans le cas du ricin.

» La transformation est, d'ailleurs, beaucoup plus rapide chez ce dernier que chez l'arachide.

» D'autre part, la somme d'hydrates de carbone que la glycérine dérivée des huiles d'arachide ou de ricin serait capable de fournir, pour 100 parties de graines sèches, est égale à $\frac{5}{100}$ environ, nombre qui est de l'ordre de grandeur de l'accroissement observé pendant la germination de l'arachide, mais très inférieur à celui qui se rapporte au ricin.

» Il est probable que, dans ce dernier cas, les produits complexes que nous avons appelés *cellulose* se soient aussi transformés, car nous les voyons décroître d'abord, pour remonter ensuite d'une façon régulière.

» Il semble donc que l'acide arachidique ne contribue que d'une manière insensible à la formation des sucres, tandis que l'acide ricinoléique interviendrait dans cette réaction pour une part importante de son poids, en admettant que l'accroissement de poids observé porte uniquement sur des hydrates de carbone : ceci dit sous réserves de la production possible d'hydrates de carbone aux dépens des matières azotées que renfermait la graine.

» Si nous adoptons la première manière de voir, il paraît naturel d'admettre que les différences signalées plus haut entre l'arachide et le ricin tiennent surtout à la différence de composition chimique de leur graine, et nous sommes ainsi amenés à l'hypothèse suivante, qui s'accorde avec les faits et nous semble en rendre compte d'une manière assez naturelle :

» 1° Les acides gras saturés sont moins aptes que les acides oléiques à se transformer en sucres : ils servent surtout d'aliment respiratoire;

» 2° Chez ces derniers, et spécialement chez l'acide ricinoléique

$$CO^2H - (CH^2)^7 - CH = CH - CH^2 - CHOH - (CH^2)^5 - CH^3,$$

la production des hydrates de carbone semble tenir à la présence, dans leur molécule, d'un groupement allylique qui, rendu libre par la combustion

progressive des deux extrémités de la chaîne, se transformerait d'abord en glycérine, puis en polymères plus ou moins condensés.

» Il est facile de traduire ces considérations en une formule; on voit alors qu'une molécule de trioléine pure peut fournir 40 pour 100 de glucose, avec accroissement de poids de $\frac{22}{100}$ au minimum. Mais il est inutile d'insister sur de pareilles déductions qui ne sont encore qu'imparfaitement établies : nous ne retiendrons de ce qui précède que la différence constatée expérimentalement entre les acides gras des graines d'arachide et de ricin, sous réserve de l'intervention possible des matières protéiques. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Contribution à la biologie des levures de vin* (1). Note de M. **J.-A. Cordier**, présentée par M. Guignard.

« Le phénomène biologique de l'apparition des *Saccharomyces* sur les fruits en général, au moment de la maturité, et en particulier sur le raisin, est encore entouré d'obscurité. En Italie, Berlese a déjà mis en évidence le rôle des insectes dans le transport des formes levure sur les végétaux, et principalement sur les fruits. Mais si le climat italien permet une grande activité de toutes sortes d'insectes, au moment de la maturité toujours précoce des raisins, comment expliquer la montée de la levure sur le fruit pendant les vendanges de notre Champagne, placée à la limite extrême de la végétation de la vigne en plein champ, et où, cette année entre autres, la maturité n'est arrivée que du 12 au 18 octobre, par un temps relativement froid, alors que malgré la plus scrupuleuse attention, on ne pouvait voir voler aucun insecte autour des ceps.

» Cette Communication a pour but de montrer que si les insectes peuvent être, dans certains cas, un facteur de dissémination des *Saccharomyces*, le principal rôle appartient à l'air.

» J'ai disposé depuis le mois de juin, à Reims, au milieu des vignes du clos Pommery (2), qui se trouve à proximité de mon laboratoire, un petit abri contre la pluie, en forme de hangar, élevé de 50^{cm} au-dessus du sol, et où l'air circule tout à l'aise. Il

---

(1) Travail du laboratoire de Microbiologie de Reims.

(2) Je rappelle que c'est en cet endroit que M. Pasteur pratiqua pour la première fois la destruction des espèces animales nuisibles par les virus (destruction des lapins par le choléra des poules).

n'existe dans le voisinage d'autre grand végétal que les vignes elles-mêmes parfaitement entretenues, et *pas un arbre à fruits;* aucun accident météorologique extraordinaire n'est venu troubler mes expériences. Chaque semaine, deux larges plaques de Pétri, garnies de gélose au moût de raisin frais, milieu sur lequel les moisissures et les formes levure peuvent seules se développer, sont laissées vingt-quatre ou quarante-huit heures exposées au vent, recouvertes, puis mises en culture. Jusqu'au 12 octobre, je n'ai réussi qu'à recueillir des moisissures, parmi lesquelles, en grande majorité, des colonies de *Penicillium glaucum*, espèce dominante des caves à champagne. Quelquefois, j'ai trouvé de petits insectes, attirés et retenus par la matière sucrée; mais jamais de formes levure, pas même de *Dematium pullulans*, cependant en toute saison répandu à profusion sur tous les végétaux ambiants. Il suffit, en effet, de promener une feuille de vigne sur le milieu de culture ci-dessus, pour obtenir de nombreuses colonies caractéristiques de ce *Dematium*.

» Le 12 octobre, j'obtins des plaques chargées de *Saccharomyces*. On y voyait toujours les Pénicilles en majorité; mais il y avait aussi de nombreuses colonies de *Dematium*, reconnaissables à leur entourage finement filamenteux, et *une dizaine au moins de colonies de véritables levures ferments*.

» A mon avis, ces plaques montrent : 1° que l'air est le principal facteur du transport des levures sur le raisin; le rôle joué par les insectes pouvant être plus considérable pour les fruits mûrissant au milieu de la saison chaude; 2° qu'à l'époque des vendanges, la fragmentation du thalle du *Dematium pullulans* de la Vigne est intense, puisque cette forme se trouve jusqu'alors à l'état filamenteux, et en grande abondance sur toutes les parties des ceps, sans pouvoir être transportée sur les plaques; il est remarquable que les *Dematium* et les *Saccharomyces* sont véhiculés simultanément et séparément. L'expérience reste étrangère au fait controversé de la transformation du *Dematium* en levure ferment, sous l'influence de la maturité du fruit; mais cependant ce dernier nous apparaît comme n'étant sans doute pas un simple substratum vis-à-vis des formes levure.

» Un travail d'ensemble sur le sujet a amené les autres résultats suivants :

» 1° Les véritables *Saccharomyces* sont en très grande minorité sur les fruits par rapport aux formes levure ne jouissant pas ou peu du pouvoir ferment du sucre [1]; il est certain que plus la maturité avance, plus on trouve de vrais *Saccharomyces;* le raisin n'en porte en général aucun quand il semble cependant déjà bien mûr.

---

[1] On peut compter cette année, très approximativement et en moyenne, 6 à 8 grains de raisin pour une cellule de levure vraie, au commencement de la vendange en Champagne.

» 2° Si l'on considère un cru bien déterminé, on rencontre sur les prunes, les cerises mûres, etc. du voisinage, des levures en tout semblables à celles que l'on peut isoler plus tard à la vendange; mais les vrais *Saccharomyces* y sont encore bien moins fréquents.

» 3° La terre du vignoble, les sources qui en dérivent, contiennent en toute saison des formes levure qu'il est facile de mettre en évidence par mon procédé de séparation, sur gélose au moût.

» 4° Le *Dematium pullulans* prédomine sur la fleur de la Vigne et dégage à ce moment, sur les milieux de culture, l'odeur vanillée caractéristique de la floraison du vignoble.

» J'ai observé sur cette espèce en culture âgée, caractérisée alors par une teinte noire intense, et dans des conditions particulières, *la formation de véritables périthèces* par enchevêtrement des filaments.

» 5° Le glucose paraît jouer le principal rôle dans la fragmentation du thalle de ces *Dematium* si voisins des levures proprement dites; bien que cette espèce ne possède pas le pouvoir ferment, ce n'est que sur les moûts sucrés qu'elle donne les bouquets en collerette observés par Jörgensen.

» 6° Si les *Saccharomyces* passent sans altération au travers du tube digestif des Insectes, il en est de même pour les Mammifères; c'est ainsi que l'on peut, à coup sûr, cultiver par mon procédé le contenu intestinal du Lérot commun (*Myoxus nitella*); bien connu par sa fâcheuse habitude de se nourrir des parties superficielles des fruits, et par conséquent les plus mûres, là où siègent précisément les *Saccharomyces*, et isoler les principales levures du cru où a vécu l'animal. Cette particularité m'a permis cette année, de retrouver une levure caractéristique, isolée en 1896 sur des raisins du cru de Sillery, et que je n'avais pu rencontrer depuis. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Les caractères spécifiques du Champignon du Muguet* (Endomyces albicans). Note de M. **Paul Vuillemin**, présentée par M. Bouchard.

« Les caractères spécifiques des Champignons observés dans les plaques de Muguet ne sont pas encore fixés. Cette lacune dans nos connaissances de Botanique médicale s'est fait sentir depuis que l'on a rencontré, dans du Muguet cliniquement caractérisé, des Champignons ne répondant pas au type habituel et inversement, dans des affections différentes, des parasites semblables à ceux du Muguet classique.

» Il n'est pas possible de fonder une diagnose sur la forme globulaire ou filamenteuse du thalle. Le noyau, que les réactifs appropriés mettent en évidence dans chaque cellule, rappelle celui des levures et de bien des Champignons. Dans les formes globulaires moyennes et dans les jeunes filaments, c'est une boule d'environ $0^{\mu},5$ contenant souvent deux points chromatiques; ses dimensions augmentent dans les gros globules et atteignent un diamètre deux et trois fois plus considérable dans certains filaments. Cet élément, qui n'a rien de commun avec ce qui avait été décrit sous le nom de *noyau*, n'offre pas un caractère spécifique plus sûr que l'aspect extérieur.

» On a décrit comme organes reproducteurs des spores exogènes et des spores endogènes. Grawitz a fait connaître des kystes exogènes ou chronispores (Dauersporen). Je puis confirmer de tous points les détails qu'il fournit sur leur structure, leur origine, leur germination. Des auteurs plus récents ont insisté davantage sur le parti que la taxinomie peut tirer de ces organes; mais leurs observations sont moins complètes et leurs interprétations moins exactes que celles de Grawitz.

» Les formations endogènes sont mal connues. Les descriptions de Quinquaud, Burckhardt, Baginsky, de Stœcklin, ne se rapportent pas à des organes définis; l'assimilation des granulations mobiles à de jeunes spores, proposée par H. Grasset, est sans fondement; Linossier et G. Roux font une confusion, quand ils croient trouver des formations endogènes dans les chronispores de Grawitz. Nous avons observé deux sortes de formations endogènes : des globules internes et des asques. Les globules internes, simples modifications de l'appareil végétatif sous ses diverses formes, ne nous arrêteront pas.

» Les véritables organes reproducteurs du Champignon du Muguet sont des asques. On les trouve parfois dans la bouche ou dans les bouillons, plus souvent sur les supports solides, tels que la Carotte et surtout la Betterave. Les asques sphériques ou elliptiques, mesurant 4μ à 5μ, contiennent quatre spores, ou très exceptionnellement deux ou trois, par suite d'un arrêt de développement.

» Les ascospores ont la forme d'une ellipse aplatie sur une face, en sorte qu'elles ont trois axes inégaux : le grand axe ou longueur mesure $2^{\mu},8$ à $3^{\mu},5$; le moyen axe ou largeur $1^{\mu},75$ à 2μ; le petit axe ou épaisseur $1^{\mu},2$ à $1^{\mu},4$. Ces dimensions offrent autant de fixité que chez les autres Ascomycètes. La membrane est épaisse d'environ $0^{\mu},25$; cette épaisseur, relativement considérable, oppose immédiatement les ascospores aux

bourgeons, car la membrane est à peine distincte dans les bourgeons aussi petits; d'autre part, elle entrave la pénétration des réactifs colorants; je n'ai pas pu colorer leur noyau, bien que, avec ou sans réactif, les spores jeunes montrent un point central sombre; il est, en tout cas, bien moins facile à colorer que celui des éléments végétatifs, y compris les globules internes.

» Nées par bipartition répétée, les ascospores chevauchent les unes sur les autres à la maturité, de manière à occuper le moindre espace possible. Un épiplasme, non consommé par leur formation, les agglutine entre elles et les maintient unies un certain temps après leur libération.

» Les asques se montrent souvent isolés ou soudés deux à deux. Leur membrane disparaît de bonne heure, soit en se rétractant sur les spores, soit en se déchirant sur un point par lequel les spores font hernie avec leur sac épiplasmique plus ou moins desséché.

» Ils naissent, soit aux dépens des formes globulaires, soit sur les filaments; plus souvent ils procèdent de kystes qui n'ont pas complètement affermi leur enveloppe extérieure.

» Dans le cas le plus simple, tout le contenu du kyste est employé à la formation d'un asque qui est expulsé, comme un sporange de *Protomyces*, par gélification de la couche interne de la membrane du kyste. Plus souvent la chronispore germe avant que les ascospores soient formées ou même ébauchées. Le gonflement de la zone interne fait éclater la couche superficielle de la membrane; la couche gélifiée forme deux ou trois strates emboîtées en lunette d'approche; la partie libre s'arrondit et se transforme en asque; ou bien elle donne des bourgeons dont l'origine sera attestée, après leur déhiscence, par une collerette provenant de la membrane gélifiée du kyste. De ces bourgeons, les uns deviennent un asque, soit avant, soit après leur isolement, d'autres évoluent comme le kyste dont ils sont issus, d'autres enfin reprennent directement les caractères de l'appareil végétatif. Le protoplasme resté dans le kyste primitif se différencie parfois en asque derrière les bourgeons; de là proviennent sans doute les asques unis par paire dans le milieu de culture.

» La découverte des asques fait entrer dans une nouvelle phase la question des affinités du Champignon du Muguet. Nous rejetterons d'emblée tous les noms génériques, *Oïdium*, *Sporotrichum*, *Stemphylium*, *Mycoderma*, *Monilia*, qui, se rapportant à des formes imparfaites, indiquent un classement provisoire. L'affinité avec les *Empusa*, soutenue par Heim, était infirmée d'avance par les caractères positifs que ce genre tire de ses organes

reproducteurs comme des noyaux volumineux de son thalle. Nous ne pouvons pas, comme Reess, en faire un *Saccharomyces,* car les levures essentielles ne présentent ni des ramifications compliquées, ni des kystes, ni des asques ayant des spores de forme et de nombre strictement définis.

» Par les caractères fixes des asques et des ascospores, le Champignon du Muguet prend place dans les *Ascomycètes* vrais; par l'absence d'appareil ascigène différencié, il se rattache au groupe inférieur des *Ascomycètes acarpés*. Il offre des affinités avec les *Oleina,* mais surtout avec les *Endomyces,* notamment l'*E. decipiens* qui a des kystes semblables, des asques naissant isolément sur les filaments et formant quatre ascospores par double bipartition. Les différences dans la taille et la forme des ascospores sont d'ordre spécifique, non générique.

» Par certains détails sur lesquels je ne puis m'étendre ici, le Champignon du Muguet resserre l'espace qui sépare les *Ascoidea* des *Endomyces,* par conséquent les *Hemiasci* des Ascomycètes. D'ailleurs, le nombre défini des spores ne laissant aucun doute sur ses rapports avec ces derniers, nous le nommerons *Endomyces albicans*.

» On pourrait objecter qu'un genre spécial a été créé, pour le Champignon du Muguet, par Quinquaud, en 1868, avant que de Bary, en 1884, ait défini le genre *Endomyces;* mais le genre *Syringospora,* de Quinquaud, ne peut se prévaloir du droit de priorité, puisqu'il n'était fondé sur aucun caractère ayant une réelle valeur générique ou même spécifique.

» La présence des ascospores fournit l'élément essentiel de la diagnose spécifique de l'*Endomyces albicans,* l'élément fixe qu'il faudra rechercher dans les cas douteux, celui qui permettra de se prononcer sur l'unité ou la pluralité des parasites confondus sous le nom impropre d'*Oïdium albicans*. Je crois pouvoir dire que l'*Endomyces albicans* est l'espèce habituelle; mais je puis, dès à présent, signaler, en dehors de la levure d'Achalme et Troisier, que je n'ai pas vue, l'existence exclusive, dans un Muguet cliniquement caractérisé, d'un Champignon appartenant à une espèce, probablement à un genre différent. J'en ferai connaître ultérieurement la diagnose. »

ZOOLOGIE. — *Sur la place des* Phoronidiens *dans la classification des animaux et sur leurs relations avec les Vertébrés*. Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Milne-Edwards.

« J'étudie depuis plusieurs années le développement des *Phoronis Sabatieri* de l'étang de Thau; j'ai publié à diverses reprises, dans les *Comptes*

rendus, quelques-uns des résultats obtenus. J'ai suivi l'évolution du *Phoronis Sabatieri* de l'étang de Thau depuis l'œuf fécondé jusqu'à l'individu parfait. J'ai trouvé notamment, en ces derniers temps, grâce aux ressources offertes par la station zoologique de Cette, un curieux état de pupe, consécutif à la métamorphose des larves actinotroques. Des phénomènes d'histolyse et d'histogénèse s'y manifestent, qui entraînent la destruction de certains organes et le remaniement de plusieurs autres.

» M. Masterman a publié depuis peu (*Quart. J. of Mic. Sc.*, 1897) une étude sur la structure des larves actinotroques prises dans la baie de Saint-Andrews. Il signale chez elles une structure compliquée, surtout en ce qui concerne le système nerveux et l'appareil irrigateur. Il trouve, annexés à l'extrémité antérieure de leur intestin, deux diverticules dont les cellules subissent une dégénérescence vacuolaire, et ressemblent ainsi à celles de la notocorde des Vertébrés et des Tuniciers. Il s'appuie sur ce fait pour considérer ces expansions comme formant une notocorde rudimentaire et double. Grâce à cette disposition de leurs larves, il rapproche les Phoronidiens des Cordés, c'est-à-dire des Vertébrés. Il fait avec eux, en leur joignant les Bryozoaires ptérobranches, une classe des *Diplocordés;* et cette classe, réunie à celle des Entéropneustes, constitue le groupe des *Archicordés*, placé à la base de la série qui conduit aux Vertébrés. Dans cette pensée, les Entéropneustes étant pris comme moyen terme, les organismes de ces animaux se correspondent quant à la structure essentielle, et les appareils homologues sont placés de même.

» J'abandonne la comparaison des Actinotroques avec les Entéropneustes, me réservant d'y revenir plus tard. Je me borne à leur comparaison directe avec les Vertébrés ; il est possible de se prononcer, car, en l'espèce, les Entéropneustes constituent un groupe quelque peu aberrant. Sur ce sujet, je ne puis accepter les opinions de M. Masterman. J'admets aussi la présence, dans l'organisme des larves actinotroques, d'une disposition qui rappelle d'une façon rudimentaire celle des Vertébrés; mais je m'éloigne complètement de lui pour la manière de comprendre une telle assimilation.

» L'Actinotroque du *Phoronis Sabatieri* possède un diverticule intestinal; mais elle n'en a qu'un, et non pas deux. Cet organe consiste en une expansion assez vaste, émise par l'extrémité antérieure de l'intestin, et ventrale, placée sous l'œsophage, non point latérale ni dorsale. Les cellules subissent une dégénérescence vacuolaire; ses parois, tout en étant mobiles, offrent pourtant une certaine rigidité. D'après ses qualités d'origine et de structure, il est permis de le prendre pour une notocorde rudimentaire et creuse, localisée dans la région antérieure du corps; mais cette notocorde est simple, impaire et ventrale. Comparée à sa similaire des Vertébrés, elle est simple

et impaire comme elle; seulement elle se trouve beaucoup plus courte, et située sur la face ventrale de l'économie, sous l'intestin, du même côté que la bouche.

» Le système nerveux des Actinotroques ressemble à celui des larves trochophores. Il comprend deux centres principaux : une plaque céphalique antérieure et une plaque médullaire ventrale. La première se place au sommet du lobe préoral, ou non loin de lui. La seconde, peu développée et à peine incurvée en gouttière, s'étend, sur la ligne médiane de la face ventrale du corps, de la bouche à l'orifice par où s'évaginera le corps de l'adulte. En conséquence, la partie antérieure, et la mieux marquée, de la plaque médullaire, se trouve en rapport avec le diverticule notocordal. La plaque céphalique donne, chez les Trochophores des Annélides et des groupes satellites, le cerveau de l'adulte; la plaque médullaire fournit la chaîne nerveuse ventrale. L'Actinotroque n'agit pas de même. Son lobe préoral se détruit par histolyse, au moment de la métamorphose larvaire, avec tout ce qu'il contient; sa plaque médullaire se détruit. Le *Phoronis* adulte se borne à posséder un petit cerveau, de formation nouvelle. Je n'ai jamais rencontré, sur les Actinotroques du *Phoronis Sabatieri,* à aucune phase de leur développement, une organisation du système nerveux aussi complexe que celle décrite par M. Masterman. Je n'ai jamais vu, notamment, ce ganglion dorsal muni d'un neuropore, que l'auteur anglais emploie comme s'accordant avec son opinion.

» L'Actinotroque appartient par tous les côtés, par son développement comme par sa structure, au type des larves trochophores. Pendant qu'elle grandit, elle produit aux dépens de sa face ventrale, et enfonce dans son corps, une volumineuse expansion en cul-de-sac, pour l'évaginer au moment de sa métamorphose. Cette expansion donne, à elle seule, presque tout le corps de l'adulte. Au cours de ces transformations, le lobe préoral, le rectum, l'extrémité postérieure, se détruisent par histolyse. Aussi l'animal parfait diffère-t-il beaucoup de sa larve. Cette opposition contribue à rendre difficile la recherche des affinités zoologiques des Phoronidiens.

» Ces êtres doivent être séparés des Siponculiens et des Echiuriens, près desquels on les range sous le nom de *Géphyriens tubicoles*. Leur place est à côté des Bryozoaires. Leurs liaisons les plus directes sont avec ces derniers. L'organisation des adultes dénote déjà une grande ressemblance; plusieurs des principaux phénomènes embryonnaires la complètent. Au premier rang se trouvent la production du corps définitif par l'évagination de l'expansion façonnée sur la face ventrale de la larve, et l'histolyse de plusieurs des organes. Les Phoronidiens composent une classe voisine de celle des Bryozoaires, et ce sont les Ptérobranches qui les unissent ensemble. Mais, en surplus, la structure si curieuse de leur larve autorise à admettre pour eux une parenté avec les Vertébrés.

» La recherche des affinités prend ici plus d'ampleur. L'Actinotroque est une Trochophore, comparable à celle des Annélides. En ramenant les

faits à leurs traits principaux, elle dénote que les larves de certains animaux liés aux Vers annelés possèdent un début de la conformation essentielle des Vertébrés. Leur intestin produit un rudiment de notocorde, placé non loin de l'ébauche de la moelle nerveuse. Mais les rapports des parties sont inverses. La notocorde de ces Trochophores se raccorde à la moelle ventrale, et occupe également une situation ventrale; celle des Vertébrés est dorsale, comme la moelle dont elle dépend. L'ancienne conception trouve ainsi sa démonstration, prise dans les phénomènes du développement : le *Vertébré est un Annélide retourné*. Par surcroît, l'extrémité antérieure de l'un équivaut à la postérieure de l'autre; le vestibule qui conduit à la bouche des Trochophores du type Actinotroque, et se limite par le lobe préoral, occupe la situation du canal neurentérique des embryons des Vertébrés.

» Ces relations sont exactes et dénotées par les faits. Il importe, cependant, de ne point oublier qu'elles sont fort lointaines; elles s'atténuent ensuite jusqu'à disparaître, par l'effet des remaniements ou des édifications normales. Les adultes n'en montrent aucun vestige; tout diffère d'un Phoronis à un Tunicier, ou à un Amphioxus. En tous cas, leur signification est précise. Les Phoronidiens constituent une classe voisine de celle des Bryozoaires, et, par là, des plus simples parmi les êtres qui possèdent, dans leur évolution embryonnaire, des larves du type Trochophore. D'autre part, les Vertébrés, avec les autres Cordés, s'unissent à eux, quoique d'une façon plus éloignée. Leurs embryons, avec leur moelle dorsale soutenue par une notocorde également dorsale, n'ont point une structure isolée dans le monde animal; ils se rattachent aux Trochophores des Phoronidiens, en conservant les dispositions acquises par elles à titre temporaire, les amplifiant, et retournant l'organisme sur lui-même, pour rendre dorsal ce qui était ventral, postérieur ce qui était antérieur. Grâce à l'Actinotroque des Phoronidiens, la Trochophore apparaît comme une base, d'où se dégagent, suivant deux voies divergentes, d'un côté la série des Vertébrés accompagnée de ses groupes satellites, de l'autre celle des Vers annelés, des Mollusques, et de leurs classes intermédiaires. »

ZOOLOGIE. — *Sur l'appareil respiratoire des larves des Hyménoptères entomophages*. Note de M. **L.-G. Seurat**, présentée par M. Milne-Edwards.

« L'appareil respiratoire des larves des Hyménoptères entomophages a été peu étudié. Nous l'avons examiné dans les larves des Braconides, des

Chalcidides et des Ichneumonides, et nous avons constaté les faits suivants :

» Dans ces trois familles, l'appareil respiratoire des larves est formé essentiellement de deux gros troncs trachéens longitudinaux, réunis en avant, au niveau du prothorax, dorsalement par rapport au tube digestif; les deux troncs latéraux se réunissent également en arrière, sauf dans quelques espèces; dans les Braconides (*Doryctes gallicus*, Rh.; *Aphidius fabarum*, Marsh.), les deux troncs se réunissent dans le treizième segment du corps (la larve étant formée de quatorze segments, en comptant la tête); dans les Ichneumonides (*Anilasta evinina*, Grav.; *Mesochorus vittator*, Zetterst.; *Hemiteles lævigatus*, Ratz; *Augitia armillata*, Grav.), les deux troncs trachéens se réunissent à la partie postérieure du quatorzième segment du corps; dans les Chalcidides (*Torymus propinquus*, Fœrster), la réunion a lieu dans le douzième segment du corps. Ces deux troncs latéraux donnent naissance à dix paires de troncs stigmatiques; les Microgastérides (*Apanteles glomeratus*, L.), parmi les Braconides, n'ont que neuf paires de troncs stigmatiques. Ces troncs stigmatiques sont fermés en cul-de-sac à leur extrémité dans les larves qui vivent à l'intérieur d'un hôte, pendant toute la durée de la vie interne; dans les larves adultes, sorties de l'hôte, ou dans les larves toujours externes (*Doryctes gallicus*, Rh.; *Xylonomus præcatorius*, Fab.; *Xorides nitens*, Grav.; *Torymus propinquus*, Fœrster), un certain nombre de stigmates sont ouverts : dans les *Braconides* (y compris les *Microgastérides*) et les *Ichneumonides*, toutes les branches stigmatiques, sauf la deuxième paire, sont ouvertes par des stigmates situés sur le bord postérieur du prothorax, à la limite avec le mésothorax, les autres sur les huit premiers segments abdominaux (les sept premiers dans les Microgastérides); la deuxième paire de troncs stigmatiques ne s'ouvrira qu'au moment de la nymphose. Dans les *Chalcidides*, les neuf premières branches stigmatiques sont ouvertes par des stigmates situés sur neuf segments consécutifs, la dixième paire restant fermée, et ne s'ouvrant qu'au moment de la nymphose (*Torymus propinquus*, Fœrst.).

» Chaque tronc latéral donne naissance à onze troncs latéro-dorsaux et onze troncs latéro-ventraux ; les troncs latéro-dorsaux se dirigent vers la face dorsale du corps, en suivant le bord antérieur des segments correspondants (segments trois à treize); ils se ramifient à la face dorsale du corps, au-dessus du cœur, sans s'anastomoser avec ceux issus du côté opposé du corps; ces troncs latéro-dorsaux émettent également des branches qui se ramifient dans l'intérieur du corps. Les troncs latéro-ventraux se divisent rapidement en une branche interne et une branche superficielle, qui se dirige vers la face ventrale du corps; dans les larves qui vivent à l'intérieur d'un hôte, les troncs trachéens latéro-dorsaux et latéro-ventraux donnent naissance à un très grand nombre de branches sous-cutanées, qui permettent de penser, avec raison, que la respiration de ces larves se fait par la peau, l'oxygène étant emprunté aux tissus de l'hôte qui environnent le parasite; il suffit d'examiner une jeune larve d'*Aphidius fabarum*, M. ou d'*Apanteles* pour être convaincu immédiatement de ce fait.

» Dans les larves externes des *Braconides* et des *Ichneumonides*, les troncs latéro-ventraux superficiels situés dans les huit premiers segments abdominaux (segments cinq à douze du corps) se réunissent aux troncs correspondants issus du côté opposé

du corps, formant huit troncs commissuraux latéro-ventraux. Dans les *Ichneumonides*, les trois premiers troncs latéro-ventraux (mésothoracique, métathoracique, et celui du premier segment abdominal) sont unis entre eux par une commissure qui suffit à caractériser une larve de ce groupe.

» Les deux troncs latéraux émettent en outre, en avant, deux forts rameaux qui se dirigent vers la tête; en arrière, quelques rameaux destinés au quatorzième segment.

» Ces faits nous montrent que l'appareil respiratoire des larves des Hyménoptères entomophages, tout en étant bâti sur un même plan fondamental, présente des différences dans le nombre et la disposition de quelques-unes de ses parties, différences qui permettent d'établir des caractères distinctifs entre les larves des diverses familles. Malheureusement nos connaissances sur ce sujet sont trop restreintes pour pouvoir tirer des conclusions générales, et établir les affinités de ces familles entre elles. »

ZOOLOGIE. — *Sur un organe non décrit, servant à la fermeture du réservoir du venin et sur le mode de fonctionnement de l'aiguillon chez les Fourmis*. Note de M. **Charles Janet**, présentée par M. Émile Blanchard.

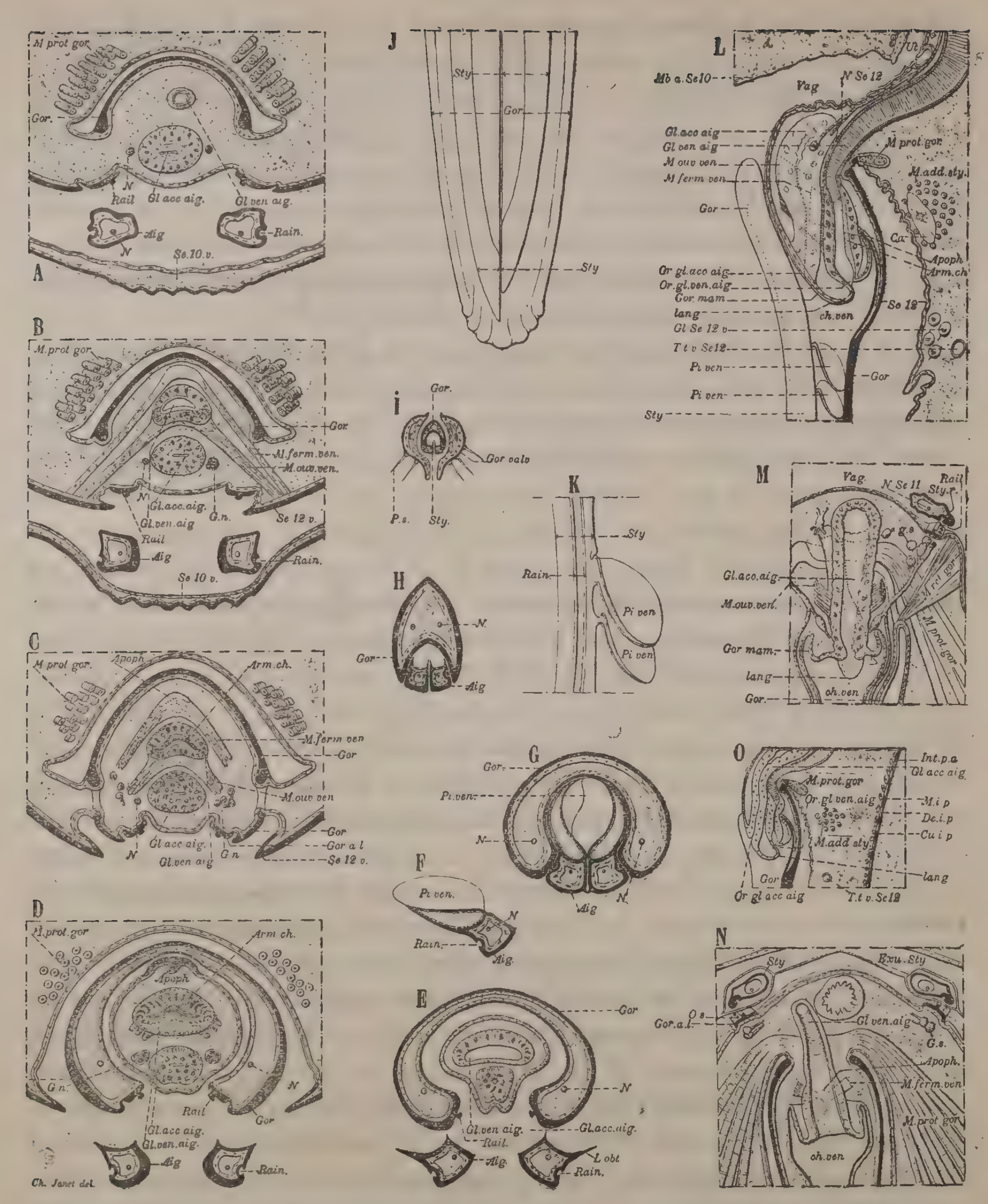
« Le rôle originel de l'armure génitale ♀ des Insectes est de conduire l'œuf au point où il doit être déposé. Cette armure présente une structure assez constante chez les Hyménoptères, mais cette constance ne va pas sans un certain nombre de modifications en rapport avec des adaptations spéciales. C'est ainsi que cette armure est transformée en un aiguillon défensif chez les Guêpes, les Abeilles et les Fourmis.

» Je viens d'examiner, à nouveau, la structure, déjà si souvent décrite, de l'aiguillon des *Myrmicinæ*, et j'ai trouvé, dans cet organe compliqué, un appareil d'arrêt du venin, qui paraît avoir échappé à l'observation de mes devanciers.

» Les parties fortement chitinisées qui constituent l'aiguillon sont : 1° une paire de stylets (*Sty.*), aiguilles flexibles, longues et acérées (J), pourvues chacune de deux lames obturatrices longitudinales (E. *L. obt.*), d'une double paire de pistons de refoulement du venin (K. F. L. G. *Pi. ven.*), d'une rainure de coulissage (A à F, *Rain.*), et dont la partie proximale est renflée en une crosse qui fournit l'insertion de puissants muscles pro- et rétracteurs; 2° un gorgeret (A à E, G à J, L, M, *Gor.*), sorte de gouttière élargie à sa partie supérieure (L), rétrécie en pointe mousse à sa partie

inférieure (J) et pourvue, sur chacun de ses deux bords, d'un rail de guidage (A à E, *Rail*) qui se trouve coiffé par la rainure du stylet correspondant. Les coupes (L, A à E, M à O) nous montrent que la partie supérieure du gorgeret loge un mamelon (*Gor. mam.*) à l'extrémité duquel débouchent les deux glandes de l'appareil. La région suivante (L), qui loge les quatre pistons, est encore assez large, mais la partie qui vient au delà se rétrécit en un tube étroit. C'est dans l'intérieur du mamelon que se trouve logé un appareil destiné, soit à fermer tout à fait hermétiquement, soit, au contraire, à ouvrir largement le canal de sortie du venin.

» Le réservoir de la glande à venin acide (A à E, L à O, *Gl. ven. aig.*) se prolonge par un conduit allongé dont la propria est mince et dont le revêtement chitineux interne est renforcé par des anneaux à la façon des trachées (L). La partie terminale du conduit, logée dans l'intérieur du mamelon, possède une propria très épaisse, et les anneaux de l'intima, anneaux qui empêchent le conduit de se fermer par accolement de ses parois, disparaissent pour faire place à un dispositif qui lui permet, au contraire, de se fermer complètement. La cuticule forme, en effet, sur la moitié dorsale du conduit, une armature chitineuse rigide (C, D, L, *Arm. ch.*) sur laquelle vient s'appliquer la moitié ventrale qui, elle, conserve une cuticule souple. Cette disposition est celle du repos et l'extrémité du canal de sortie du venin se trouve ainsi fermée d'une façon suffisante pour le cas d'un remplissage modéré de la glande. Cet appareil, normalement fermé par accolement de ses parties, est pourvu de deux paires de muscles (B à D, L à N, *M. ouv. ven.*, *M. ferm. ven.*) qui servent, l'une, à l'ouvrir largement, l'autre, à le fermer hermétiquement. Pour bien comprendre le mode de fonctionnement des muscles de fermeture, il faut examiner une coupe sagittale sur laquelle on voit nettement une mince lame chitineuse réfléchie qui vient se raccorder avec la partie postérieure de la base du mamelon. Cette lame chitineuse porte, au milieu de sa bordure supérieure, une apophyse chitineuse (C, D, L, O, N, *Apoph.*) sur laquelle s'attachent les muscles de fermeture. L'autre extrémité de chacun de ces muscles se fixe, par un tendon, à la plaque latérale de l'arceau ventral du douzième segment postcéphalique (B, *Se* 12 *v*). Lorsque ces muscles de fermeture sont contractés, ils produisent la fermeture hermétique du canal (O). Les muscles d'ouverture se fixent par des tendons situés à côté de ceux des muscles de fermeture, mais ils vont s'attacher sur la paroi ventrale flexible du canal et, en se contractant, ils écartent cette paroi de la partie dorsale. Le canal se trouve ainsi largement ouvert.



Myrmica rubra. — Appareil d'arrêt et appareil d'injection du venin. A à I. Coupes transversales de l'aiguillon.-(On peut se rendre compte de la situation de ces coupes en se reportant à la *fig.* L.) A, coupe passant par la partie supérieur du gorgeret; B, C, D, coupes passant par l'appareil d'arrêt; E, coupe passant près de l'extrémité inférieure du mamelon obturateur; F, coupe d'un stylet immédiatement au-dessus d'un piston de refoulement; G, coupe de l'aiguillon immédiatement au-dessus des pistons. Tandis que dans les coupes précédentes, les stylets sont figurés séparés du gorgeret, c'est-à-dire dans la situation qu'ils occupent au moment de l'éclosion, ils sont, dans la *fig.* G et

dans les deux suivantes, représentés unis au gorgeret dans la situation qu'ils occupent dès que l'aiguillon est apte à fonctionner; H, coupe prise à mi-hauteur entre les pistons de refoulement et l'extrémité de l'aiguillon; I, coupe voisine de l'extrémité. Sur cette dernière coupe on a représenté les valves protectrices de l'aiguillon. J, extrémité de l'aiguillon. K, coupe optique des pistons d'un stylet; L, coupe sagittale du mamelon obturateur de l'aiguillon, le canal du venin étant dilaté par le muscle d'ouverture; M, coupe frontale du mamelon passant par l'orifice de la glande alcaline; N, coupe frontale du mamelon passant par l'orifice de la glande acide; O, aplatissement du canal du venin produit par la contraction du muscle de fermeture. Gross. : A à I, 133; J, 1066; K, 266; L, 166; M et N, 133; O, 83. — *Aig.*, Aiguillon; *Apoph.*, Apophyse; *Arm. ch.*, Armature chitineuse; *Ch. ven.*, chambre à venin; *Cu. i. p.*, *De. i. p.*, cuticule et propria du rectum; *Exu.* Exuvies; *G. n*, Ganglions nerveux; *Gl.*, Glande; *Gl. acc. aig.*, Glande alcaline; *Gl. ven. aig.*, Glande acide; *Gorg*, Gorgeret; *Gor. a. l.*, Arcs latéraux; *Gor. mam.*, Mamelon; *Gorg. valv.*, Valves; *Int. p. a.*, Rectum; *L. obt.*, Lame obturatrice; *Lang.*, Languette; *M. add. sty.*, Muscle adducteur; *M. ferm. ven.*, M. de fermeture; *M. i. p.*, M. du rectum; *M. ouv. ven.*, M. d'ouverture; *M. prot. gorg.*, M. protracteur; *M. ret. gorg.*, M. rétracteur; *Mb. a. Se.* 10, Membrane articulaire; *N.*, Nerf; *O. s.*, Organe sensitif; *Or.*, Orifice; *P. s.*, Poil sensitif; *Pi. ven.*, Piston; *Rail*, Rail de guidage; *Rain.*, Rainure; *Se. n.*, nᵉ anneau; *Styl.*, Stylets; *T. t.*, Trachée transversale; *Ut.*, Utérus; *Vag.*, Vagin; *v.*, Ventral.

» La description qui précède nous permet de comprendre comment fonctionne l'aiguillon. Pour piquer, l'animal applique, sur le corps de son ennemi, l'extrémité mousse du gorgeret, puis il fait pénétrer les stylets. Pour l'injection du venin, l'aiguillon fonctionne comme une pompe aspirante et foulante. Le mamelon constitue un bouchon qui ferme la partie supérieure du corps de pompe. Le tube qui amène le venin proprement dit est pourvu d'un appareil qui peut, soit le fermer hermétiquement, soit l'ouvrir largement. Les lamelles transversales (*Pi. ven.*) jouent à la fois le rôle de soupapes qui laissent passer le liquide et de pistons qui l'aspirent d'un côté pour le refouler de l'autre. Au repos, le tube de sortie du venin est fermé par accolement de ses parois. Au moment de la descente du piston, le muscle d'ouverture ouvre le tube pour laisser sortir le venin. Lorsque les pistons remontent, le venin passe au-dessous d'eux, et lorsqu'ils descendent à nouveau le venin se trouve violemment injecté dans la plaie, tandis qu'une nouvelle cylindrée est appelée hors du réservoir. »

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations dans la grotte et la rivière souterraine de Han-sur-Lesse (Belgique)*. Note de M. **Martel**, présentée par M. Albert Gaudry.

« Du 18 au 20 septembre 1898, j'ai exploré en détail la caverne de Han-sur-Lesse, avec le concours de M. E. Van den Broeck.

» On sait que cette grotte (5^{km} de développement connu) est traversée par la Lesse qui a perforé là un promontoire de calcaire givétien (aux strates inclinées de 60° à 70° vers le NO); la rivière, se perdant actuellement au trou impénétrable de Belvaux (altitude 159^{m} aux basses eaux), n'occupe plus que lors des crues exceptionnelles son ancien lit contournant le promontoire.

» MM. Edouard Dupont et J. Willems ont publié de savantes études sur le cours souterrain de la Lesse à Han (*Bull. Soc. belge de Géologie et Hydrologie,* t. VII; 1893). Mais ces études reposaient principalement sur les renseignements fournis par les guides de la grotte qui, jusqu'à présent, avaient été les seuls à parcourir les 3500^{m} de galeries secondaires, trop difficilement accessibles aux visiteurs.

» L'examen de ces couloirs, joint à des circonstances météorologiques exceptionnelles, nous a permis de constater des faits contraires aux hypothèses reçues.

» On avait toujours remarqué, après les pluies, que les eaux de la rivière souterraine, subdivisées en deux branches, à environ 150^{m} en amont de la sortie, arrivaient troubles par la branche de droite (est, siphons du Styx), quatorze à seize heures après leur perte à Belvaux, et par la branche de gauche (ouest, salle des Draperies) deux jours plus tard seulement. On en avait conclu (dès 1829, Dr Alleweireldt) qu'en aval de sa perte la Lesse se divisait souterrainement en deux bras, dont la longueur avait été estimée par M. Dupont à 12^{km} pour celui de l'ouest, et à 3^{km} pour celui de l'est.

» Nous pouvons affirmer que le plus grand des deux bras n'existe pas :

» En effet, le 19 septembre, les eaux étant exceptionnellement basses, nous n'observâmes aucun courant dans la salle des Draperies, dont toute l'eau était à 10°,5 (air ambiant 11°).

» Au contraire, dans le bras du Styx et dans la galerie de sortie de la Lesse, le courant était très rapide et l'eau à 16°,5 C. (17° le 20 septembre). Cette différence de 6°, pour des eaux souterraines distantes de quelques mètres à peine, placées au même niveau (158^{m}) et séparées par un simple éboulis, prouve, sans réplique possible, que celles de la salle des Draperies étaient, le 19 septembre 1898, sans communication aucune avec la Lesse, et n'en constituent nullement une seconde branche *permanente*.

» Il ne faut y voir qu'un trop-plein, rempli lors des crues. A l'aide d'un bateau pliant en toile, j'ai exploré tous les recoins du bassin peu profond (3^{m}) des Draperies, sans y apercevoir aucune fissure siphonnante d'amenée.

» Par contre, on connaît depuis longtemps et nous avons traversé, derrière le Grand-Dôme, un difficile couloir latéral (*La Tamise,* altit. 162^{m}) par où se déverse le trop-plein du Styx dès qu'il gonfle de 3^{m} à 4^{m} (les crues de la Lesse souterraine atteignent jusqu'à 10^{m} d'amplitude); alors seulement les eaux de la salle des Draperies s'écoulent en aval et rejoignent de nouveau la Lesse par-dessus le barrage naturel, formé sans doute lors du grand éboulement de 1828. Si le bras des Draperies monte trois fois moins vite, paraît-il, que celui du Styx, c'est parce que, en aval du Styx les étranglements de deux siphons forment des obstacles qui n'ont pas leur équivalent en aval de la salle des Draperies; de plus, on s'explique que le bras de l'ouest (Draperies) n'entre en fonction et ne donne d'eau trouble que deux jours après celui de l'est (Styx),

puisqu'il faut, pour le remplir, que le niveau de l'eau prenne le temps de s'élever de 3m à 4m en amont de la Tamise.

GROTTE DE HAN-SUR-LESSE (BELGIQUE)
Plan de la partie connue de la Lesse souterraine
rectifié et complété par E. A. MARTEL et VAN DEN BROECK
18-20 Septembre 1898.

Températures et niveaux d'eau des 19 et 20 Septembre 1898
1 Embarquement
2 Pas du Diable
3 Salle des Draperies
4 Bas fond émergé les 19 et 20 Sept. 1898.
5 Boudoir de Proserpine (177m)
6 Ponceau et Salle de la Sentinelle
7 Place d'Armes

Echelle
20 0 20 40 60 80 100 Mètres

Courbes équidistantes de 2m
Sentiers

Grand Dôme
Salle des Draperies
Lesse souterraine
Falaise extérieure
Petites Fontaines.
Fissure montante
Voûte de 25m
Capitole
Le Styx
Trophée
Nouveau Bassin
3e Siphon (désamorcé le 20 Sept. 1898)
4e Siphon
NORD
E. A. Martel

Coupe longitudinale du Styx
Pl.ce d'Armes
Voûte en fer de lance.
Nouveau Bassin
Cours inconnu de la Lesse souterraine.
Siphons

» Quand la Tamise cesse de fonctionner, le bras des Draperies se vide rapidement et ne garde plus d'eau que dans ses bas-fonds; celle-ci s'isole, devient stagnante comme

nous l'avons vue, échappe à l'influence réchauffante estivale de la Lesse et sa température tend à se rapprocher de la température moyenne annuelle du lieu (8°,5), qui serait celle de toute la caverne sans l'intervention perturbatrice de la Lesse.

» Ainsi se trouve infirmée, une fois de plus, l'ancienne croyance à l'uniformité et à l'égalité de la température des cavernes que j'ai déjà souvent réfutée ici-même (*Comptes rendus*, 12 mars 1894, 13 janvier et 20 avril 1896, 24 mai et 14 juin 1897).

» Peu de grottes nous ont fourni d'aussi grands écarts de température que Han les 19 et 20 septembre : 8°,5 dans les bassins d'eau de simple infiltration (air 9°) des galeries sèches; 16°,5 (et même 17°) dans la Lesse *courante* (air à 13° dans la salle de la Place d'Armes et à 14°,5 dans celle du Grand-Dôme, toutes deux réchauffées par la Lesse, etc.).

» La déperdition d'un demi-degré seulement entre la perte (à Belvaux 17°,5) et sa réapparition (1050^m à vol d'oiseau, 17° le 20 septembre) nous a dénoncé, en outre, que le séjour de l'eau sous terre ne doit pas être très long (Voir *Comptes rendus*, 13 janvier 1896).

» Une expérience de coloration nous a formellement confirmés dans cette idée.

» Le 18 septembre, à 4^h, M. van den Broeck jetait 1^{kg} de fluorescéine au trou de Belvaux. Le 19 à midi, nous voyions arriver la caractéristique coloration verte la plus intense au pont du Styx (salle de la Place d'Armes) et celle-ci ne se manifestait à la sortie (400^m plus loin) qu'à 4^h de l'après-midi.

» La fluorescéine a mis, par conséquent, vingt-quatre heures du trou de Belvaux à la sortie, dont quatre pour les 400 derniers mètres. Au taux de 100^m à l'heure, c'est donc 2^{km} seulement que la Lesse parcourt de Belvaux à la Place d'Armes. Il n'y a pas à tenir compte d'une accélération due à la pente, qui est inférieure à 1^m. Cette lenteur de transmission se rapproche de celle (60^m à l'heure) que j'ai observée l'an dernier à la source de Sauve (Gard) (*Comptes rendus*, 29 novembre 1897).

» Il est certain que, sur ses 2^{km} encore inconnus, la Lesse parcourt, comme toutes les rivières souterraines que j'ai explorées, une série de siphons, de réservoirs et de trop-pleins. (Voir *Comptes rendus*, 7 novembre 1892, 19 juin 1893, 18 mai 1896, 17 janvier 1898. — *Les abîmes*.)

» On connaissait déjà deux de ces siphons, profonds de 8^m à 13^m, entre la sortie et le pont de la Place d'Armes; en amont du pont j'en ai découvert deux autres, le 20 septembre : l'un, grâce au bas niveau des eaux, était désamorcé de 0^m,20 seulement; j'ai pu le franchir à la nage et trouver au delà une voûte s'élevant à 10^m de hauteur au-dessus d'un bassin rond de 10^m de diamètre environ; fermé de toutes parts par des parois à pic, ce bassin est lui-même l'issue d'un autre siphon non désamorcé qui enlève tout espoir de remonter davantage vers l'amont. La *cloche* que j'ai ainsi reconnue, et

qui est certainement précédée d'autres analogues plus ou moins vastes, achève d'expliquer [comme *La Foiba de Pisino en Istrie* (*Comptes rendus,* 28 décembre 1896) et *Les avens de Sauve, Gard* (*Comptes rendus,* 17 janvier 1896)], pourquoi l'eau, arrêtée par tant de siphons successifs, doit se mettre assez lentement en pression avant de monter, à la Place d'Armes, au niveau nécessaire pour amorcer la Tamise et pour faire déborder des eaux troubles dans le bras de la Salle des Draperies.

» En résumé, la Lesse souterraine est bien un courant unique, à trop-pleins temporaires, et la partie inconnue de son cours doit mesurer seulement 2^{km} environ.

» Enfin, sans relater ici nos autres observations, d'ordre géologique, nous avons acquis la quasi-certitude que, sur le plateau à l'ouest du trou de Belvaux, la petite caverne obstruée, appelée le *Trou-Picot,* doit communiquer avec le canal inconnu de la Lesse. Nous avons instamment prié MM. le baron de Spandl et de Pierpont, propriétaires de la grotte de Han, de faire exécuter au Trou-Picot les travaux de déblaiement nécessaires pour tenter d'accéder à ce canal. »

La séance est levée à 4 heures un quart.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 24 octobre 1898.

Œuvres complètes de Laplace, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences par les Secrétaires perpétuels. Tome douzième. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1898; 1 vol. in-4°.

Revue générale de Botanique, dirigée par M. Gaston Bonnier, Membre de l'Institut, Professeur de Botanique à la Sorbonne. Tome dixième. Livraison du 15 octobre 1898. N° 118. Paris, Paul Dupont, 1898; 1 fasc. in-8°.

Bulletin international du Bureau central météorologique de France. Le Directeur : E. Mascart. Fascicules n°s 251 à 281; in-4°.

Les savants modernes; leur vie et leurs travaux, d'après les documents académiques choisis et abrégés par A. Rebière. Paris, Nony et Cie, 1899; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

La vie à Madagascar, par Henri Mager. Paris, Firmin-Didot; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Revue des questions scientifiques, publiée par la Société scientifique de Bruxelles. Deuxième série. Tome XIV. 20 octobre 1898. Louvain, M.-J. Thirion, 1898; 1 vol. in-8°.

Annales de la Société royale malacologique de Belgique. Tome XX. Année 1895. Bruxelles, P. Weissenbruch; 1 vol. in-8°.

Nouvelles Annales de Mathématiques, Journal des candidats aux Écoles spéciales, à la Licence et à l'Agrégation, dirigé par C.-A. Laisant, Répétiteur à l'École Polytechnique, etc., et X. Antomari, Professeur de Mathématiques spéciales au Lycée Carnot, etc. Troisième série. Tome XVIII. Octobre 1898. Paris, Gauthier-Villars, 1898; 1 fasc. in-8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. N° 10. 15 octobre 1898. Genève-Paris, G. Masson, 1898; 1 vol. in-8°.